فصل ۱

۱-۱ شناخت حرکت

۱- با توجه به داده‌های نقشه‌ی شکل زیر،

الف) تندی متوسط و اندازه‌ی سرعت متوسط خودرو را پیدا کنید.

ب) مفهوم فیزیکی این دو کمیت چه تفاوتی با یکدیگر دارد؟

پ) در چه صورت تندی متوسط و اندازه‌ی سرعت متوسط می‌توانست تقریباً با یکدیگر برابر باشد؟

الف) از رابطه‌های (۱-۱) و (۱-۲) داریم:

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} \quad , \quad v_{av} = \frac{d}{\Delta t}$$

$$l = ۸۸Km, d = ۶۰Km, \Delta t = ۱h + ۲۰min = ۱h + \frac{۱}{۳}h = \frac{۴}{۳}h$$

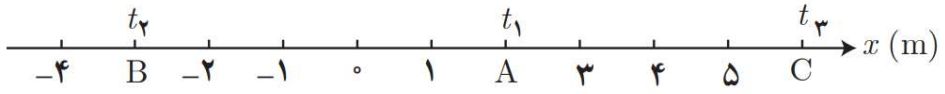
$$\rightarrow S_{av} = \frac{۸۸}{\frac{۴}{۳}} = ۶۶/۱۶\frac{Km}{h}$$

$$\rightarrow v_{av} = \frac{۶۰}{\frac{۴}{۳}} = ۴۵/۱۱\frac{Km}{h}$$

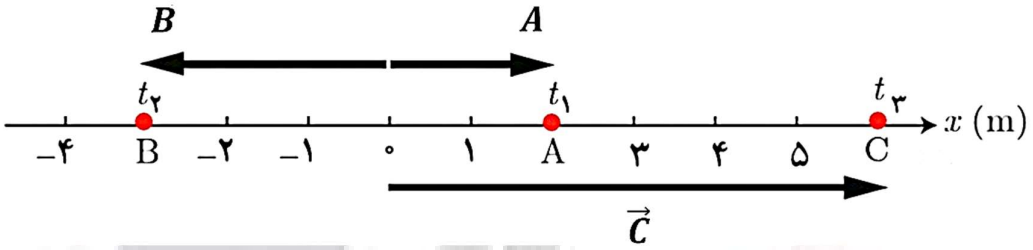
ب) سرعت متوسط یک کمیت برداری است و به مسیر حرکت جسم بستگی ندارد. در محاسبه‌ی سرعت متوسط تنها جابه‌جایی بین نقطه‌ی شروع و پایان حرکت مهم است. در حالی که تندی متوسط یک کمیت نرده‌ای است و به مسیر طی شده توسط متحرک وابسته است.

پ) هرچه مسیر طی شده توسط متحرک و اندازه‌ی بردار جابه‌جایی آن به هم نزدیک‌تر باشند؛ به عبارت دیگر هرچه مسیر منحنی قوس کمتری داشته و به خط صاف نزدیک‌تر باشد، تندی متوسط و اندازه‌ی سرعت متوسط به هم نزدیک‌تر خواهند بود.

۲- متحرکی مطابق شکل در لحظه‌ی t_1 در نقطه‌ی A، در لحظه‌ی t_2 در نقطه‌ی B و در لحظه‌ی t_3 در نقطه‌ی C قرار دارد.

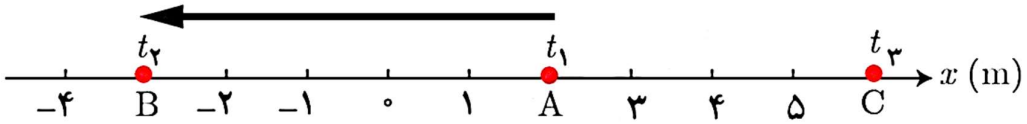


الف) بردارهای مکان متحرک را در هر یک از این لحظه‌ها روی محور x رسم کنید و برحسب بردار یکه بنویسید.

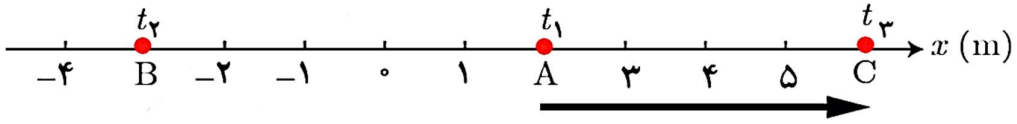


$\vec{A} = ۲\vec{i}, \vec{B} = -۳\vec{i}, \vec{C} = ۶\vec{i}$

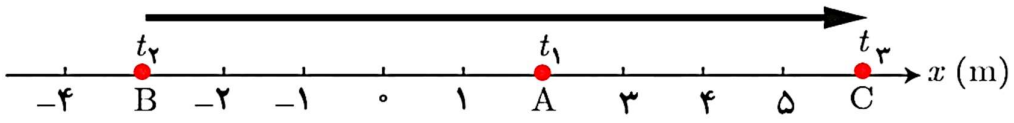
ب) بردار جابه‌جایی متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی t_1 تا t_2، t_2 تا t_3 و t_1 تا t_3 به‌دست آورید.



$\Delta\vec{x}_{(t_2,t_1)} = x_B - x_A = (-۳-۲)\vec{i} = -۵\vec{i}$

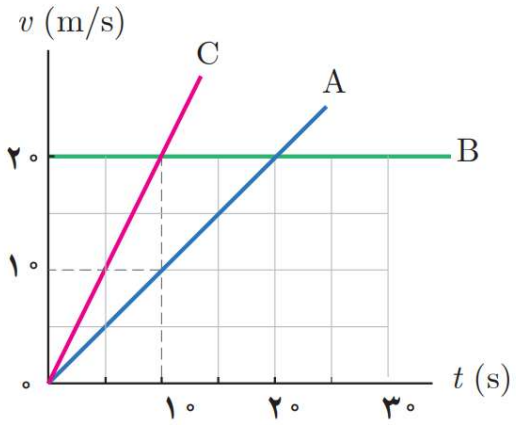


$\Delta\vec{x}_{(t_3,t_1)} = x_C - x_A = (۶-۲)\vec{i} = ۴\vec{i}$



$$\Delta\vec{x}_{(t_3,t_2)} = x_C - x_B = (۶-(-۳))\vec{i} = ۹\vec{i}$$

۳- در شکل زیر نمودار سرعت ـ زمان سه متحرک نشان داده شده است.



الف) شتاب سه متحرک را به طور کیفی با یکدیگر مقایسه کنید.

ب) شتاب هر متحرک را به‌دست آورید.

پ) در بازه‌ی زمانی ۰s تا ۱۰s جابه‌جایی این سه متحرک را پیدا کنید.

الف) شتاب متحرک B صفر است، زیرا سرعت آن ثابت است. در مورد دو متحرک A و C نیز می‌توان گفت چون شیب نمودار $v-t$ برای متحرک C بیشتر است، در نتیجه شتاب آن بزرگ‌تر از شتاب متحرک A خواهد بود. ($a_C > a_A$)

(شیب هر خط، برابر با تانژانت زاویه‌ای است که آن خط با جهت مثبت محور افقی می‌سازد و هرچه این زاویه بزرگ‌تر باشد، تانژانت یا شیب آن بیشتر بزرگ‌تر است.)

ب)

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a_B = ۰$$

با استفاده از نمودار در بازه‌ی زمانی (۰,۱۰s) ثانیه شتاب دو متحرک A و C را محاسبه می‌کنیم:

$$a_A = \frac{۱۰-۰}{۱۰-۰} = ۱\frac{m}{s^2}, a_C = \frac{۲۰-۰}{۱۰-۰} = ۲\frac{m}{s^2}$$

پ) سطح زیر نمودار سرعت زمان برابر جابه‌جایی هر متحرک است:

$$x_A = \frac{۱۰\times۱۰}{۲} = \frac{۱۰۰}{۲} = ۵۰\text{m}$$

$$x_C = \frac{۱۰\times۲۰}{۲} = \frac{۲۰۰}{۲} = ۱۰۰\text{m}$$

$$x_B = ۲۰\times۱۰ = ۲۰۰\text{m}$$

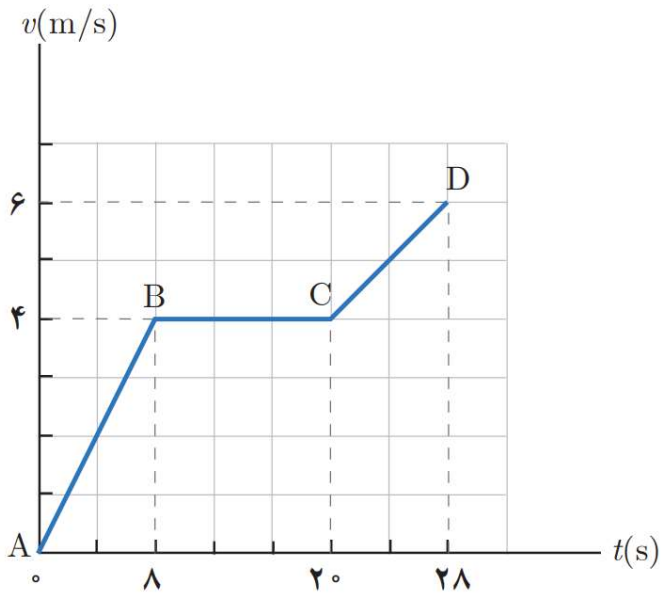
دقت کنید:

سطح زیر نمودار A، مثلثی به ارتفاع ۱۰ و قاعده‌ی ۱۰ می‌باشد.

سطح زیر نمودار C، مثلثی به ارتفاع ۲۰ و قاعده‌ی ۱۰ می‌باشد.

سطح زیر نمودار B، مستطیلی به طول ۲۰ و عرض ۱۰ می‌باشد.

۴- شکل زیر نمودار سرعت ـ زمان متحرکی را که در امتداد محور x حرکت می‌کند در مدت ۲۸ ثانیه نشان می‌دهد.



الف) شتاب در هر یک از مرحله‌های AB، BC و CD چقدر است؟

ب) شتاب متوسط در بازه‌ی زمانی صفر تا ۲۸ ثانیه چقدر است؟

پ) جابه‌جایی متحرک را در این بازه‌ی زمانی پیدا کنید.

الف)

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_۲ - \vec{v}_۱}{t_۲ - t_۱}$$

$$\vec{a}_{avAB} = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} = \frac{۴-۰}{۸-۰} = \frac{۱}{۲} = ۰/۵\frac{m}{s^۲}$$
$$\vec{a}_{avBC} = \frac{v_C - v_B}{t_C - t_B} = \frac{۴-۴}{۲۰-۸} = \frac{۰}{۱۲} = ۰\frac{m}{s^۲}$$

بدون محاسبه و با توجه به نمودار، چون سرعت ثابت است، می‌توان نتیجه گرفت:

$$\vec{a}_{avBC} = ۰$$
$$\vec{a}_{avCD} = \frac{v_D - v_C}{t_D - t_C} = \frac{۶-۴}{۲۸-۲۰} = \frac{۲}{۸} = ۰/۲۵\frac{m}{s^۲}$$

ب) شتاب متوسط در بازه‌ی زمانی (۰,۲۸s)

$$\vec{a}_{avAD} = \frac{v_D - v_A}{t_D - t_A} = \frac{۶-۰}{۲۸-۰} = \frac{۶}{۲۸} = ۰/۲۱\frac{m}{s^۲}$$

پ) جابه‌جایی متحرک برابر با سطح زیر نمودار سرعت ـ زمان است:

$$\Delta x = \Delta x_{AB} + \Delta x_{BC} + \Delta x_{CD}$$
$$\Delta x_{AB} = S_{\text{مثلث}} = ۲\times\frac{۸}{۲} = ۱۶m$$
$$\Delta x_{AB} = S_{\text{مستطیل}} = ۴\times(۲۰-۸) = ۴۸m$$
$$\Delta x_{AB} = S_{\text{ذوزنقه}} = (۴+۶)\times\frac{(۲۸-۲۰)}{۲} = ۴۰m$$

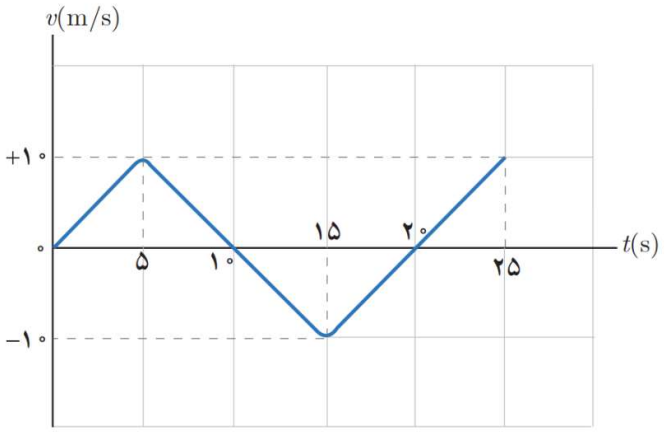
و در نهایت داریم:

$$\Delta x = \Delta x_{AB} + \Delta x_{BC} + \Delta x_{CD} = ۱۶+۴۸+۴۰ = ۱۰۴m$$

۵- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی مطابق شکل زیر است.

الف) نمودار شتاب ـ زمان این متحرک را رسم کنید.

ب) اگر $x = -۱۰m$ باشد نمودار مکان ـ زمان متحرک را رسم کنید.



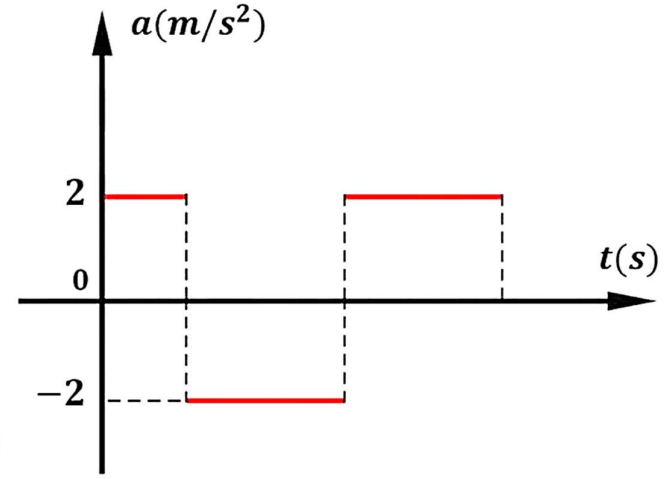
الف) با استفاده از نمودار سرعت ـ زمان، شتاب متحرک را در سه بازه‌ی $(0,5)$ و $(5,15)$ و $(15,25)$ به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{\vec{v}_2-\vec{v}_1}{t_2-t_1}$$

$$(0,5):a_{av}=\frac{10-0}{5-0}=\frac{10}{5}=2\frac{m}{s^2}$$

$$(5,15):a_{av}=\frac{-10-10}{15-5}=\frac{-20}{10}=-2\frac{m}{s^2}$$

$$(15,25):a_{av}=\frac{10-(-10)}{25-15}=\frac{20}{10}=2\frac{m}{s^2}$$



ب) برای رسم نمودار مکان ـ زمان باید مکان متحرک را در $t=5,10,15,20,20,25s$ به‌دست آورد و البته مکان آن در لحظه‌ی صفر که داده‌ی مسئله است: $x_0=-10m$

از رابطه‌ی سرعت متوسط داریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\rightarrow\Delta x=v_{av}\Delta t\rightarrow x-x_0=v_{av}\Delta t\rightarrow x=v_{av}\Delta t+x_0$$

بنابراین ابتدا باید v_{av} برای هر بازه به‌دست آوریم:

بازه‌ی $(0,5)$:

$$v_{av}=\frac{v_{t=0}+v_{t=5}}{2}=\frac{0+10}{2}=5\frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{x_0=-10m}x_{t=5}=5\times5+(-10)=15m$$

بازه‌ی $(۵,۱۰)$:

دقت کنید در این بازه و بازه‌های بعدی، مکان اولیه‌ی متحرک دیگر $-۱۰m$ متر نیست! بلکه مکانی است که در بازه‌ی زمانی قبل به‌دست آوردیم:

$$v_{av}=\frac{v_{t=۵}+v_{t=۱۰}}{۲}=\frac{۱۰+۰}{۲}=۵\frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{x_{۰}=۱۵m} x_{t=۱۰}=۵\times ۵+۱۵=۴۰m$$

بازه‌ی $(۱۰,۱۵)$:

$$v_{av}=\frac{v_{t=۱۰}+v_{t=۱۵}}{۲}=\frac{۰+(-۱۰)}{۲}=-۵\frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{x_{۰}=۴۰m} x_{t=۱۵}=-۵\times ۵+۴۰=۱۵m$$

بازه‌ی $(۱۵,۲۰)$:

$$v_{av}=\frac{v_{t=۱۵}+v_{t=۲۰}}{۲}=\frac{-۱۰+۰}{۲}=-۵\frac{m}{s}$$

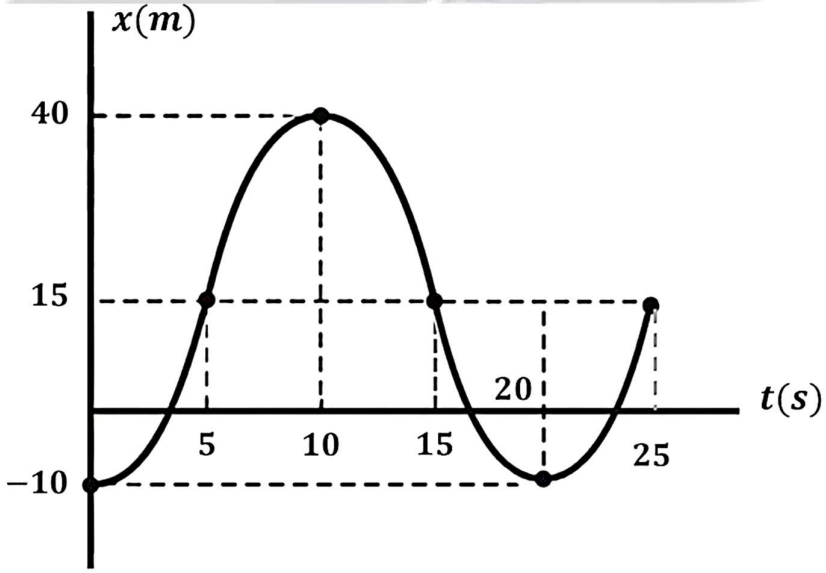
$$\xrightarrow{x_{۰}=۱۵m} x_{t=۲۰}=-۵\times ۵+۱۵=-۱۰m$$

بازه‌ی $(۲۰,۲۵)$:

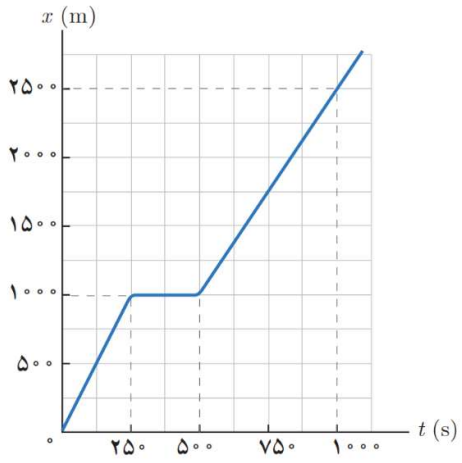
$$v_{av}=\frac{v_{t=۲۰}+v_{t=۲۵}}{۲}=\frac{۰+۱۰}{۲}=۵\frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{x_{۰}=-۱۰m} x_{t=۲۵}=۵\times ۵+(-۱۰)=۱۵m$$

دقت کنید: در حرکت با شتاب ثابت، منحنی مکان ـ زمان به شکل سهمی است.



۶- شکل زیر نمودار مکان ـ زمان حرکت یک دونده‌ی دوی نیمه‌استقامت را در امتداد یک خط راست نشان مـی‌دهد.



الف) در کدام بازه‌ی زمانی دونده سریع‌تر دویده است؟

ب) در کدام بازه‌ی زمانی، دونده ایستاده است؟

پ) سرعت دونده را بازه‌ی زمانی ۰s و ۲۵۰s حساب کنید.

ت) سرعت دونده را بازه‌ی زمانی ۵۰۰s و ۱۰۰۰s حساب کنید.

ث) سرعت متوسط دونده را در بازه‌ی زمانی ۰s تا ۱۰۰۰s حساب کنید.

الف) با دقت در نمودار مشاهده می‌کنیم که شیب نمودار مکان ـ زمان، در بازه‌ی زمانی $(۰,۲۵۰s)$ بزرگ‌تر از بازه‌ی $(۵۰۰,۱۰۰۰s)$ است.

(شیب نمودار مکان ـ زمان برابر سرعت دونده است.)

علاوه بر این در بازه‌ی $(۲۵۰,۵۰۰s)$ شیب نمودار و در نتیجه سرعت صفر است.

ب) در بازه‌ی $(۲۵۰,۵۰۰s)$ سرعت صفر و دونده ایستاده است.

پ)

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۱۰۰۰-۰}{۲۵۰-۰}=\frac{۱۰۰۰}{۲۵۰}=۴\frac{m}{s}$$

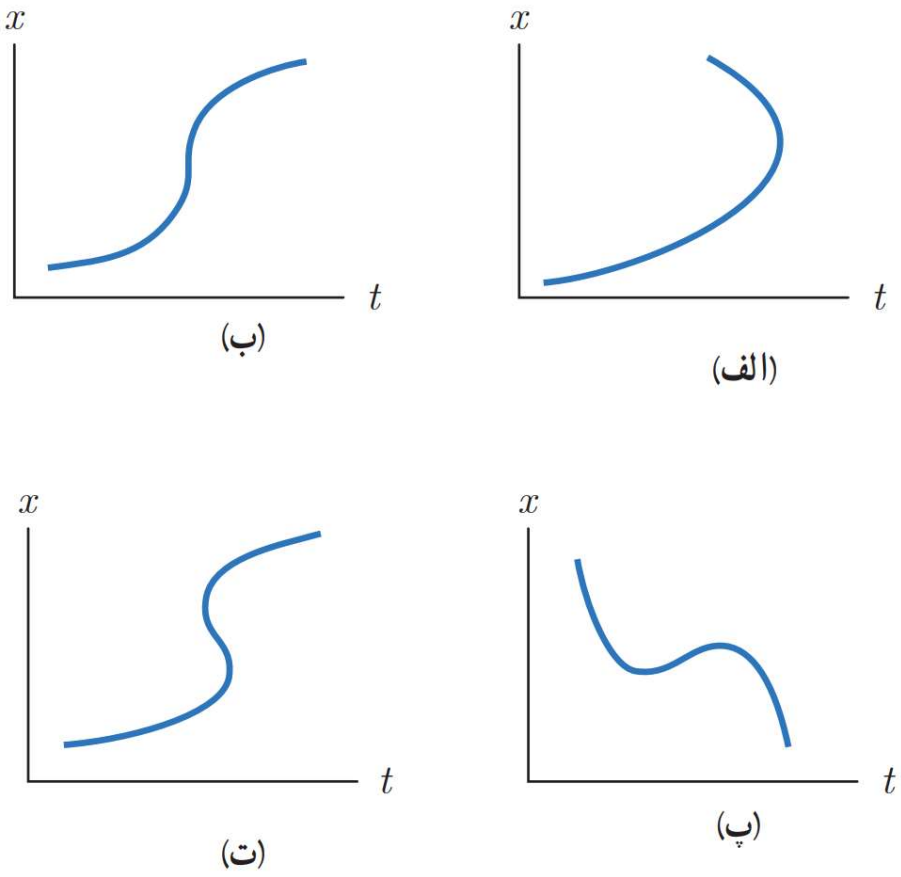
ت)

$$v_{av}=\frac{۲۵۰۰-۱۰۰۰}{۱۰۰۰-۵۰۰}=\frac{۱۵۰۰}{۵۰۰}=۳\frac{m}{s}$$

ث)

$$v_{av}=\frac{۲۵۰۰-۰}{۱۰۰۰-۰}=\frac{۲۵۰۰}{۱۰۰۰}=۲/۵\frac{m}{s}$$

۷- توضیح دهید کدام‌یک از نمودارهای مکان ـ زمان شکل زیر می‌تواند نشان‌دهنده‌ی نمودار $x-t$ یک متحرک باشد.

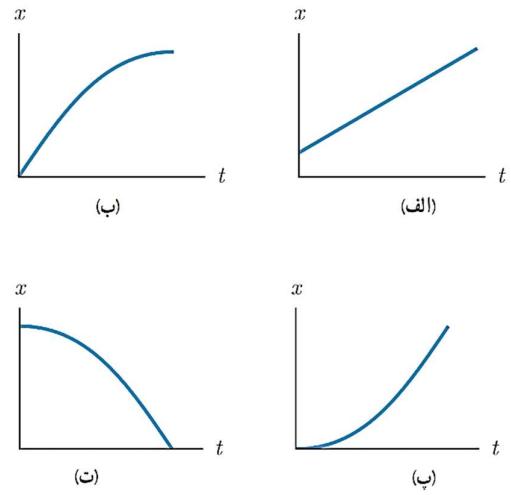


نمودار مکان ـ زمان (پ)، زیرا:

در شکل‌های (الف) و (ت) متحرک در یک زمان به ترتیب در ۲ و ۳ مکان قرار دارد و همچنین در شکل (ب) متحرک در یک زمان در چند مکان قرار دارد که ممکن نیست!

یک شئ در یک زمان مشخص، تنها می‌تواند در یک مکان قرار داشته باشد.

۸- توضیح دهید از نمودارهای مکان ـ زمان شکل زیر کدام موارد حرکت متحرکی را توصیف می‌کند کـه از حـال سکون شروع به حرکت کرده و به تدریج بر تندی آن افزوده شده است.



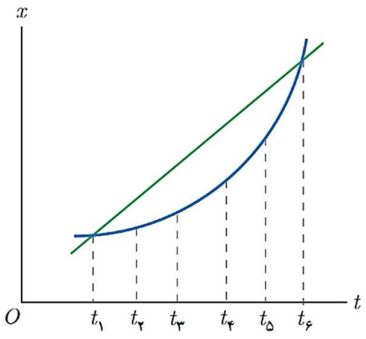
الف) شیب منحنی مکان ـ زمان و در نتیجه سرعت متحرک ثابت و برابر با سرعت اولیه‌ی آن است.

ب) سرعت اولیه‌ی متحرک صفر نیست و با گذشت زمان کاهش می‌یابد تا در نهایت به صفر می‌رسد.

پ) در لحظه‌ی $t = 0$ شیب خط مماس بر منحنی، موازی محور زمان و در نتیجه تندی اولیه‌ی متحرک صفر است. همچنین مشاهده می‌کنیم که با گذشت زمان، شیب خط مماس افزایش می‌یابد. بنابراین تندی متحرک در جهت مثبت محور xها در حال افزایش است. (این نمودار پاسخ سوال است.)

ت) با توجه به توضیحاتی که در قسمت قبل گفته شد، در این نمودار نیز سرعت اولیه‌ی متحرک صفر است و تنها تفاوت آن با قسمت (پ) در این است که سرعت در خلاف جهت محور xها در حال افزایش می‌باشد. (این نمودار پاسخ سوال است.)

۹- شکل زیر نمودار مکان ـ زمان دو خودرو را نشان می‌دهد که در جهت محور x در حرکت‌اند.



الف) در چه لحظه‌هایی دو خودرو از کنار یکدیگر می‌گذرند؟
ب) در چه لحظه‌ای تندی دو خودرو تقریباً یکسان است؟
پ) سرعت متوسط دو خودرو را در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_6 با هم مقایسه کنید.

الف) در دو لحظه خودروها از کنار هم می‌گذرند؛ زمان‌هایی که مکان دو متحرک با هم برابر است یا نقاطی که در آن‌ها دو منحنی یکدیگر را قطع می‌کنند: t_1 و t_6 .

ب) لحظه‌ی t_4 ؛ با توجه به شکل می‌بینیم که شیب خط مماس بر منحنی آبی با شیب خط سبز رنگ یکی است.

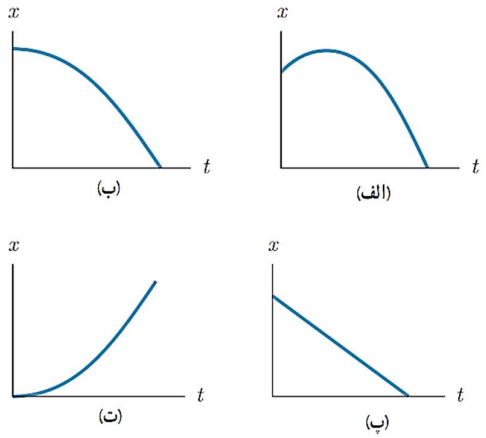
(می‌دانیم دو خط موازی دارای شیب‌های برابرند.)

پ) سرعت متوسط متحرک، مستقل از مسیر حرکت آن است و <u>فقط</u> به نقاط شروع و پایان حرکت وابسته است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_6 - x_1}{t_6 - t_1}$$

بنابراین سرعت متوسط دو خودرو با هم برابر است.

۱۰- توضیح دهید کدام‌یک از نمودارهای مکان ـ زمان نشان داده شده، حرکت متحرکی را توصیف می‌کند که سرعت اولیه‌ی آن در جهت محور x و شتاب آن برخلاف جهت محور x است.



الف) شیب خط مماس بر منحنی در لحظه‌ی شروع حرکت، مثبت و بنابراین سرعت اولیه‌ی متحرک در جهت مثبت محور x است.

با استفاده از رابطه‌ی $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ و با توجه به اینکه سرعت متحرک پس از عبور از نقطه‌ی اوج، در خلاف جهت محور x در حال افزایش است،

می‌توان نتیجه گرفت که شتاب متحرک منفی و در خلاف جهت محور x است. (این نمودار پاسخ سوال است.)

در ادامه نادرستی سه قسمت بعد را بررسی می‌کنیم.

ب) خط مماس در لحظه‌ی شروع حرکت موازی محور زمان است. بنابراین شیب خط و به تبع آن سرعت اولیه‌ی متحرک صفر است.

پ) سرعت متحرک در تمام مسیر ثابت و در خلاف جهت محور x است.

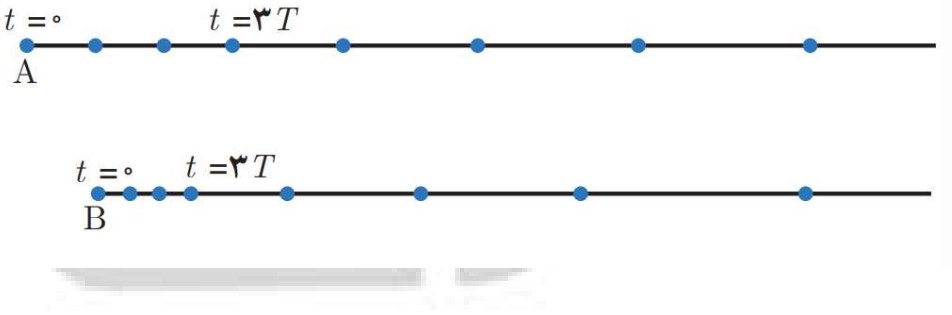
ت) خط مماس بر منحنی در لحظه‌ی شروع حرکت، موازی محور زمان و بنابراین سرعت اولیه‌ی متحرک صفر است. همچنین با توجه به توضیحات قسمت (الف) سرعت در جهت مثبت محور x افزایش می‌یابد و در نتیجه شتاب آن نیز در جهت مثبت محور x خواهد بود.

نکته‌ی مهم:

در حرکت با شتاب ثابت، مکان متحرک تابع درجه‌ی دوم از زمان است که نمودار آن به شکل سهمی می‌باشد. حال اگر شتاب حرکت مثبت باشد، دهانه‌ی سهمی رو به بالا و اگر منفی باشد، دهانه‌ی سهمی رو به پایین است.

با این تحلیل نمودار (ت)، به سادگی از بررسی حذف می‌شود.

۱۱- هر یک از شکل‌های زیر مکان یک خودرو را در لحظه‌های $t=0$، $t=2T$، ... و $t=7T$ نشان می‌دهد. هر دو خودرو در لحظه‌ی $t=3T$ شتاب می‌گیرند. توضیح دهید،



الف) سرعت اولیه‌ی کدام خودرو بیشتر است.

ب) سرعت نهایی کدام خودرو بیشتر است.

پ) کدام خودرو شتاب بیشتری دارد.

الف) هر دو خودرو در لحظه‌ی $3T$ شتاب می‌گیرند، بنابراین حرکت خودروها تا قبل از آن یعنی در بازه‌ی $(0, 3T)$، حرکت با سرعت ثابت بوده است که معادله‌ی آن به فرم زیر می‌باشد. در نتیجه سرعت اولیه‌ی خودروی A بیشتر است، زیرا در بازه‌ی زمانی یکسان مسافت بیشتری را طی کرده است:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\rightarrow \Delta x=v\Delta t,\begin{cases}\Delta x_A>\Delta x_B\\ \Delta t_A=\Delta t_A=3T\end{cases}\rightarrow v_A>v_B$$

ب)

$$\Delta x = \frac{v + v_{\circ}}{۲}\Delta t, \Delta x_A = \frac{v_{\text{نهایی } A} + v_{\text{اولیه } A}}{۲}\Delta t, \Delta x_B = \frac{v_{\text{نهایی } B} + v_{\text{اولیه } B}}{۲}\Delta t$$

با توجه به شکل می‌بینیم که در بازه‌های زمانی بعد از $۳T$ ؛ $\Delta x_B > \Delta x_A$ و در قسمت (الف) نیز به دست آوردیم: $v_{\text{اولیه } B} > v_{\text{اولیه } A}$.

بنابراین باید $v_{\text{نهایی } B} > v_{\text{نهایی } A}$ تا جابه‌جایی خودروی B در بازه‌های زمانی یکسان بیشتر از جابه‌جایی خودروی A باشد.

پ) از رابطه‌ی $\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_{\circ}t$ برای هرکدام از خودروها داریم:

$$\Delta x_A = \frac{۱}{۲}a_A t^۲ + v_{\text{اولیه } A}t, \Delta x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + v_{\text{اولیه } B}t$$

با توجه به شکل می‌بینیم که در بازه‌های زمانی بعد از $۳T$ ؛ $\Delta x_B > \Delta x_A$ و در قسمت (الف) نیز به‌دست آوردیم: $v_{\text{اولیه } B} > v_{\text{اولیه } A}$.

بنابراین باید $a_{\text{نهایی } B} > a_{\text{نهایی } A}$ تا جابه‌جایی خودروی B در بازه‌های زمانی یکسان بیشتر از جابه‌جایی خودروی A باشد.

۱۲- معادله‌ی حرکت جسمی در SI به صورت $x = t^۳ - ۳t^۲ + ۴$ است.

الف) مکان متحرک را در $t = ۰s$ و $t = ۲s$ به‌دست آورید.

ب) سرعت متوسط جسم را در بازه‌ی زمانی صفر تا ۲ ثانیه پیدا کنید.

- الف) در معادله‌ی حرکت جسم به جای t مقادیر داده شده را قرار می‌دهیم:

$$x = t^۳ - ۳t^۲ + ۴$$

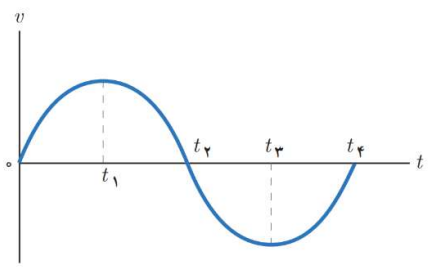
$$t = ۰s \rightarrow x_{\circ} = (۰)^۳ - ۳(۰)^۲ + ۴ = ۴$$

$$t = ۲s \rightarrow x_{t=۲} = (۲)^۳ - ۳(۲)^۲ + ۴ = ۰$$

ب)

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰ - ۴}{۲ - ۰} = \frac{-۴}{۲} = -۲\frac{m}{s}$$

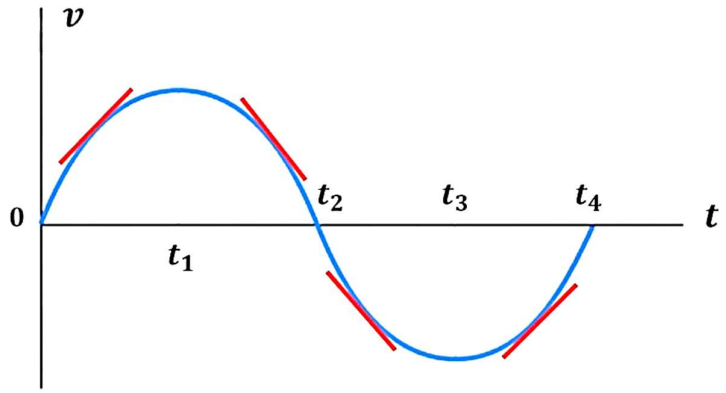
۱۳- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی در شکل زیر نشان داده شده است. تعیین کنید در کدام بازه‌های زمانی بردار شتاب در جهت محور x و در کدام بازه‌های زمانی در خلاف جهت محور x است.



بردار شتاب در هر نقطه، خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان در آن نقطه است:

در بازه‌های $(0, t_1)$ و (t_3, t_4) شیب خط مماس بر نمودار مثبت و بنابراین شتاب در جهت مثبت محور x است.

در بازه‌ی (t_1, t_3) شیب خط مماس بر نمودار منفی و بنابراین شتاب در خلاف جهت محور x است.



۲-۱ حرکت با سرعت ثابت

۱۴- جسمی با سرعت ثابت بر مسیری مستقیم در حرکت است. اگر جسم در لحظه‌ی $t_1 = 5/0\,s$ در مکان $x_1 = 6/0\,m$ و در لحظه‌ی $t_2 = 20/0\,s$ در مکان $x_2 = 36/0\,m$ باشد،

الف) معادله‌ی مکان ـ زمان جسم را بنویسید.

ب) نمودار مکان ـ زمان جسم را رسم کنید.

$t_1 = 5s, x_1 = 6m$

$t_2 = 20s, x_2 = 36m$

الف) طبق رابطه‌ی (۱-۷) معادله‌ی مکان ـ زمان جسمی که با سرعت ثابت حرکت می‌کند به شکل $x = vt + x_0$ می‌باشد. بنابراین ابتدا سرعت جسم را از رابطه‌ی (۱-۴) به‌دست می‌آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{36 - 6}{20 - 5} = \frac{30}{15} = 2\frac{m}{s}$$

$$\rightarrow x = 2t + x_0 \qquad (1)$$

در ادامه باید مکان اولیه یا x_0 را محاسبه کنیم:

$$t_1 = 5s, x_1 = 6m \rightarrow 6 = 2 \times 5 + x_0$$

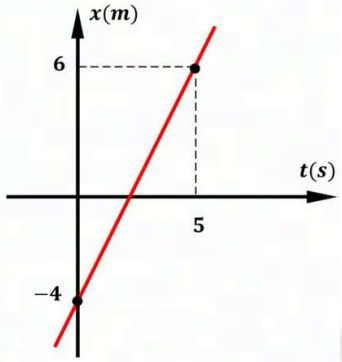
$$\rightarrow x_0 = 6 - 10 = -4 \qquad (2)$$

(دقت کنید مقدار x_0 را می‌توانیم با استفاده از مقدارهای t_2 و x_2 نیز به‌دست بیاوریم. در هر دو حالت به یک جواب می‌رسیم.)

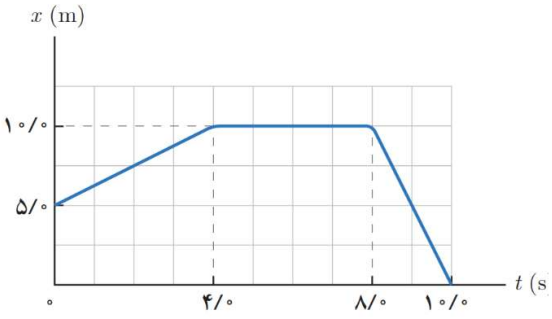
$$\xrightarrow{(1),(2)} x = 2t - 4$$

ب) برای رسم نمودار دو نقطه از آن کافی است:

$$x = 2t - 4$$
$$\rightarrow \begin{matrix} t = 0 \rightarrow x = -4 : (0, -4) \\ t = 5 \rightarrow x = +6 : (5, +6) \end{matrix}$$



۱۵- شکل زیر نمودار مکان ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت می‌کند.



الف) جابه‌جایی و مسافت پیموده شده توسط متحرک در کل زمان حرکت چقدر است؟

ب) سرعت متوسط متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی ۰/۰s تا ۴/۰s، ۴/۰s تا ۸/۰s، ۸/۰s تا ۱۰/۰s و همچنین در کل زمان حرکت به‌دست آورید.

ب) معادله‌ی حرکت متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی ۰/۰s تا ۴/۰s، ۴/۰s تا ۸/۰s، ۸/۰s تا ۱۰/۰s بنویسید.

ت) نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم کنید.

الف) با توجه به شکل مکان اولیه‌ی متحرک: $x_{\circ} = 5m$ و مکان نهایی آن: $x = 0$:

$$\Delta x = x - x_{\circ} = 0 - 5 = -5m$$

مسافت طی شده در بازه‌ی $(0, 4s)$: $5m$ ، در بازه‌ی $(4, 8s)$: صفر و در بازه‌ی $(8, 10s)$: $10m$ می‌باشد. بنابراین مسافت کل طی شده برابر است با: $5 + 0 + 10 = 15m$

ب) سرعت متوسط در هر بازه:

$$(0, 4s) \rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 - 5}{4 - 0} = \frac{5}{4} = 1/25 \frac{m}{s}$$

$$(4, 8s) \rightarrow v_{av} = \frac{10 - 10}{8 - 4} = \frac{0}{4} = 0 \frac{m}{s}$$

$$(8, 10s) \rightarrow v_{av} = \frac{0 - 10}{10 - 8} = \frac{-10}{2} = -5 \frac{m}{s}$$

سرعت متوسط در کل زمان حرکت:

$$(0, 10s) \rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 5}{10 - 0} = \frac{-5}{10} = -0/5 \frac{m}{s}$$

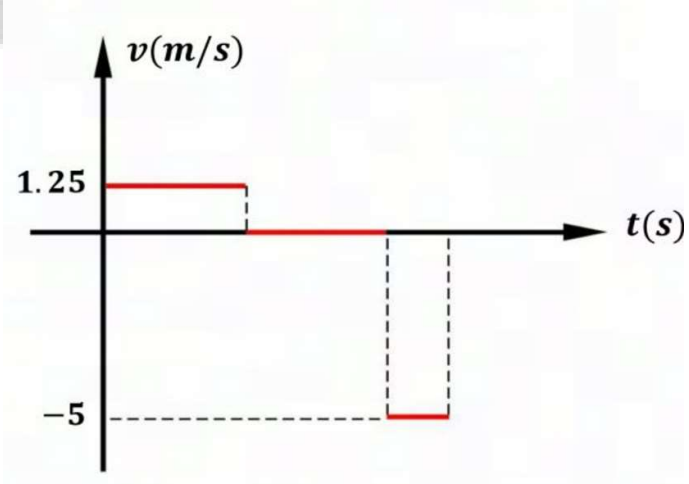
پ) با استفاده از معادله‌ی $x = v_{av} t + x_{\circ}$ و قسمت (ب) همین سوال خواهیم داشت:

$$(0, 4s) : v_{av} = 1/25 \frac{m}{s}, x_{\circ} = 5m \rightarrow x = 1/25t + 5$$

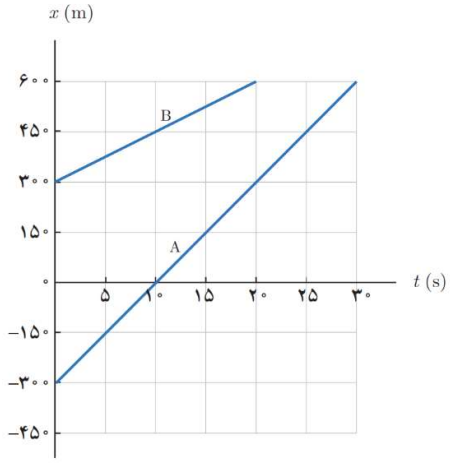
$$(4, 8s) : v_{av} = 0 \rightarrow x = 10m$$

$$(8, 10s) : v_{av} = -5 \frac{m}{s}, x_{\circ} = 10m \rightarrow x = -5t + 10$$

ت)



۱۶- شکل زیر نمودار مکان ـ زمان دو خودرو را نشان می‌دهد که روی خط راست حرکت می‌کنند.



الف) معادله‌ی حرکت هر یک از آن‌ها را بنویسید.

ب) اگر خودروها با همین سرعت حرکت کنند، در چه زمان و مکانی به هم می‌رسند؟

الف)

$$A:(۰,۳۰s)\rightarrow v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۶۰۰-(-۳۰۰)}{۳۰-۰}=\frac{۹۰۰}{۳۰}=۳۰\frac{m}{s}$$

$$x_{۰}=-۳۰۰m\xrightarrow{x=v_{av}t+x_{۰}}x_A=۳۰t-۳۰۰$$

$$B:(۰,۲۰s)\rightarrow v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۶۰۰-۳۰۰}{۲۰-۰}=\frac{۳۰۰}{۲۰}=۱۵\frac{m}{s}$$

$$x_{۰}=۳۰۰m\xrightarrow{x=v_{av}t+x_{۰}}x_B=۱۵t+۳۰۰$$

ب) محل برخورد خودروها یعنی نقطه‌ای که $x_A=x_B$:

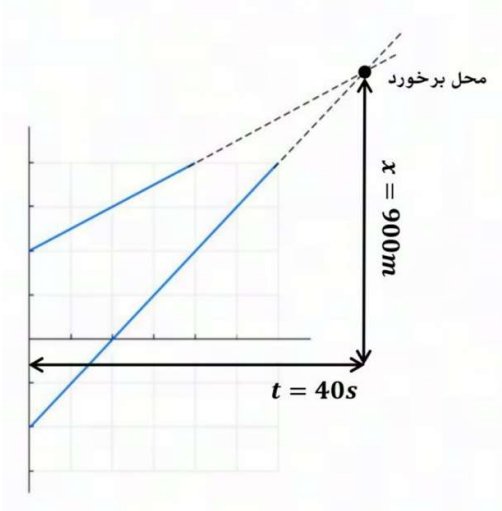
$$x_A=x_B\rightarrow ۳۰t-۳۰۰=۱۵t+۳۰۰$$

$$\rightarrow ۳۰t-۱۵t=۳۰۰+۳۰۰\rightarrow ۱۵t=۶۰۰\rightarrow t=\frac{۶۰۰}{۱۵}=۴۰s$$

با قراردادن $t=۴۰s$ در هریک از رابطه‌های x_A و x_B محل برخورد به‌دست می‌آید:

$$x_A=۳۰t-۳۰۰\xrightarrow{t=۴۰s}x_A=۳۰\times ۴۰-۳۰۰=۱۲۰۰-۳۰۰\rightarrow x_A=۹۰۰m$$

(دقت کنید تفاوتی نمی‌کند کدام معادله! مقدار x محل برخورد از هر دو معادله یکسان به‌دست می‌آید.)



۱۷- دانستن محل قرارگیری یک ماهواره در مأموریت‌های فضایی و اطمینان از اینکه ماهواره در مدار پیش‌بینی شده قرار گرفته، یکی از مأموریت‌های کارشناسان فضایی است. بدین منظور تَپ‌های الکترومغناطیسی را که با سرعت نور در فضا حرکت می‌کنند، به طرف ماهواره‌ی موردنظر می‌فرستند و بازتاب آن توسط ایستگاه زمینی دریافت می‌شود. اگر زمان رفت و برگشت یک تپ ۰/۲۴ ثانیه باشد، فاصله‌ی ماهواره از ایستگاه زمینی، تقریباً چقدر است؟

۱۷-

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \Delta x = v\Delta t$$

چون زمان رفت و برگشت ۰/۲۴ ثانیه است:

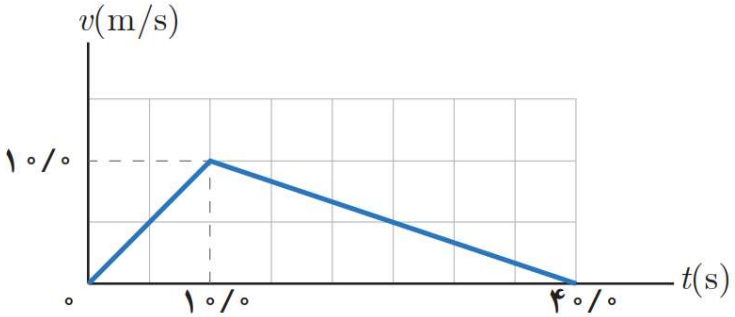
$$\Delta t = \frac{۰/۲۴}{۲} = ۰/۱۲s$$

و می‌دانیم سرعت نور برابر است با: $c = ۳\times۱۰^{۸}\ \frac{m}{s}$

$$\rightarrow \Delta x = ۳\times۱۰^{۸}\times۰/۱۲ = ۳۶\times۱۰^{۶}\ m = ۳۶۰۰۰km$$

۱-۳ حرکت با شتاب ثابت

۱۸- نمودار $v-t$ متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی $0/0s$ تا $5/0s$ چند برابر سرعت متوسط در بازه زمانی $25/0s$ تا $40/0s$ است؟



با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که:

$$t=0 \rightarrow v=0\frac{m}{s}$$

$$t=25s \rightarrow v=5\frac{m}{s}$$

با استفاده از معادله‌ی (۱-۹) برای حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_{av}=\frac{v_0+v}{2}$$

$$v_{av(0,5s)}=\frac{0+5}{2}=\frac{5}{2}=2/5\frac{m}{s}$$

$$v_{av(25,40s)}=\frac{0+5}{2}=\frac{5}{2}=2/5\frac{m}{s}$$

$$\rightarrow \frac{v_{av(0,5s)}}{v_{av(25,40s)}}=\frac{2/5}{2/5}=1$$

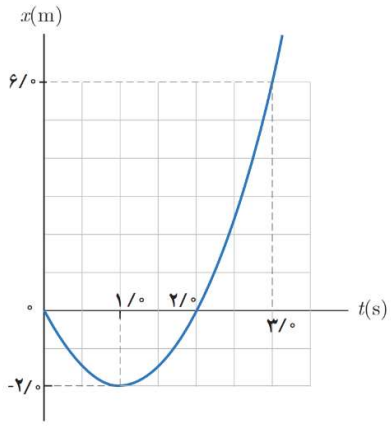
۱۹- شکل زیر نمودار مکان ـ زمان متحرک را نشان می‌دهد که در امتداد محور x با شتاب ثابت در حرکت است.

الف) سرعت متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا $3/0$ چند متر بر ثانیه است؟

ب) معادله‌ی مکان ـ زمان متحرک را بنویسید.

پ) سرعت متحرک را در لحظه‌ی $t=3/0s$ پیدا کنید.

ت) نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم کنید.



الف) با استفاده از نمودار داریم:

$$t = ۰ \rightarrow x = ۰$$

$$t = ۳s \rightarrow x = ۶m$$

از رابطه‌ی (۱-۴) داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۶ - ۰}{۳ - ۰} = ۲\frac{m}{s}$$

ب) معادله‌ی مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت به فرم زیر است:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ , x_۰ = ۰ \rightarrow x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \qquad (۱)$$

در ادامه باید مقادیر شتاب و سرعت اولیه را به‌دست آوریم. از معادله‌ی (۱-۸) داریم:

$$v = at + v_۰ \qquad (۲)$$

به نمودار دقت کنید؛ خط مماس بر نمودار در لحظه‌ی $t = ۱s$ موازی محور زمان است و بنابراین سرعت متحرک در این لحظه صفر است.

با جایگذاری $v = ۰$ در رابطه‌ی (۲) به‌دست می‌آوریم:

$$v = at + v_۰ \xrightarrow{v=۰,t=۱s} ۰ = a \times ۱ + v_۰$$

$$\rightarrow a = -v_۰ \qquad (۳)$$

همچنین با توجه به نمودار داریم:

$$t = ۳s \rightarrow x = ۶m$$

با جایگذاری این مقادیر در معادله‌ی (۱) به‌دست می‌آوریم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \xrightarrow{t=۳s,x=۶m} ۶ = \frac{۱}{۲}a(۳)^۲ + v_۰ \times ۳$$

$$\rightarrow ۶ = \frac{۹}{۲}a + ۳v_۰ \rightarrow ۲ = \frac{۳}{۲}a + v_۰ \qquad (۴)$$

با جایگذاری معادله‌ی (۳)، در معادله‌ی (۴) به‌دست می‌آوریم:

$$۲ = \frac{۳}{۲}a + v_۰ \xrightarrow{a=-v_۰} ۲ = \frac{۳}{۲}(-v_۰) + v_۰ \rightarrow v_۰ = -۴\frac{m}{s}$$

$$\rightarrow a = -v_۰ = -(-۴) = ۴\frac{m}{s^۲}$$

و در نهایت با جایگذاری در معادله‌ی (۱) برای معادله‌ی حرکت خواهیم داشت:

$$x = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times t^۲ + (-۴)t = ۲t^۲ - ۴t$$

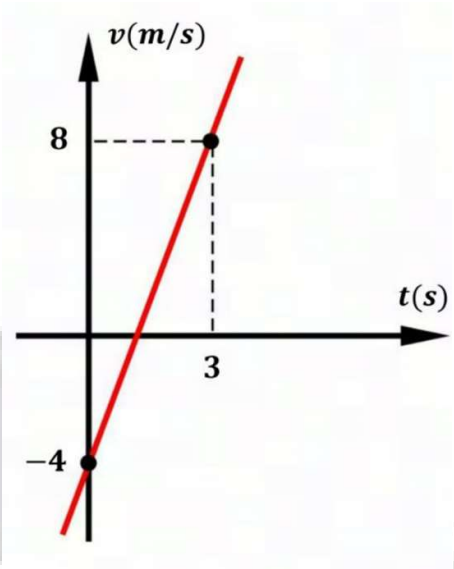
پ) در قسمت قبل شتاب و سرعت اولیه‌ی متحرک را به‌دست آوردیم، بنابراین خواهیم داشت:

$$v = at + v_0$$

$$\xrightarrow{v_0 = -4\frac{m}{s},\ a = \frac{m}{s^2}} v = 4t - 4$$

$$v = 4t - 4 \xrightarrow{t=3s} v = 4\times 3 - 4 = 12 - 4 = 8\frac{m}{s}$$

ت)



۲۰- متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. در مکان $x = +10m$ سرعت متحرک $+4m/s$ و در مکان $x = +19m$ سرعت متحرک $+18km/h$ است.

الف) شتاب حرکت آن چقدر است؟

ب) پس از مدتی سرعت متحرک از $+4m/s$ به سرعت $+18km/h$ می‌رسد؟

- الف)

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x}$$

یکی از سرعت‌ها برحسب کیلومتر بر ساعت داده شده که باید به متر بر ثانیه تبدیل شود:

$$v = 18\frac{km}{h} = 18 \div 3/6 = 5\frac{m}{s}$$

$$v_0 = 4\frac{m}{s}$$

$$x_0 = 10m, x = 19m$$

$$\rightarrow \Delta x = x - x_0 = 19 - 10 = 9m$$

با جایگذاری در معادله‌ی مستقل از زمان به‌دست می‌آوریم:

$$\rightarrow a=\frac{۵^۲-۴^۲}{۲\times ۹}=\frac{۲۵-۱۶}{۱۸}=\frac{۹}{۱۸}=\frac{۱}{۲}=۰/۵\frac{m}{s^۲}$$

ب) از معادله‌ی (۱-۸) داریم:

$$v=at+v_۰$$

$$\rightarrow t=\frac{v-v_۰}{a}=\frac{۵-۴}{۰/۵}=۲s$$

۲۱- خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب $۲\,m/s^۲$ شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت $۳۶\,km/h$ از آن سبقت می‌گیرد.

الف) در چه لحظه‌ی و در چه مکانی خودرو به کامیون می‌رسد؟

ب) نمودار مکان ـ زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

پ) نمودار سرعت ـ زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

الف) حرکت خودرو، حرکت با شتاب ثابت است:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰$$

خودرو پشت چراغ قرمز ایستاده است، بنابراین سرعت اولیه‌ی آن صفر می‌باشد. همچنین با در نظرگرفتن چراغ قرمز به عنوان مبدأ مختصات، مکان اولیه‌ی آن نیز صفر است:

$$v_۰=۰, x_۰=۰\rightarrow x=\frac{۱}{۲}at^۲\xrightarrow{a=۲\frac{m}{s^۲}}x=\frac{۱}{۲}\times ۲\times t^۲\rightarrow x=t^۲ \qquad (۱)$$

حرکت کامیون، حرکت با سرعت ثابت است:

$$x=vt+x_۰$$

همانطور که گفتیم با در نظرگرفتن چراغ قرمز به عنوان نقطه‌ی شروع حرکت، مکان اولیه کامیون صفر است:

$$x_۰=۰\rightarrow x=vt$$

با جایگذاری سرعت ابتدا باید یکای آن را به متر بر ثانیه تبدیل کنیم:

$$v=۳۶\frac{km}{h}=۳۶\div ۳/۶=۱۰\frac{m}{s}\rightarrow x=۱۰t \qquad (۲)$$

با برابر قرار دادن معادله‌های (۱) و (۲) برای زمان به هم رسیدن به‌دست می‌آوریم:

$$x=t^۲, x=۱۰t\rightarrow t^۲=۱۰t\rightarrow t^۲-۱۰t=۰\rightarrow t(t-۱۰)=۰$$

$\rightarrow t = ۰, t - ۱۰ = ۰ \rightarrow t = ۱۰s$

در ثانیه دهم حرکت خودرو و کامیون به هم می‌رسند و $t = ۰$ زمانی است که هر دو پشت چراغ قرمز دارند.

ب) نمودار معادله‌های (۱) و (۲) را رسم می‌کنیم. ابتدا باید نقطه‌ای که خودرو و کامیون به هم می‌رسند به‌دست آوریم:

با جایگذاری $t = ۱۰s$ ، $t = ۰$ در یکی از معادله‌های (۱) به‌دست می‌آوریم:

$x = t^۲ \rightarrow (۰)^۲ = ۰, (۱۰)^۲ = ۱۰۰$

(دقت کنید تفاوتی نمی‌کند از کدامیک از معادله‌های $x = t^۲$ و $x = ۱۰t$ استفاده کنیم؛ مقدار x در هر دو معادله یکسان است.)

پ) کامیون با سرعت ثابت $v = ۱۰ \frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. در نتیجه نمودار سرعت ـ زمان آن یک خط راست است.

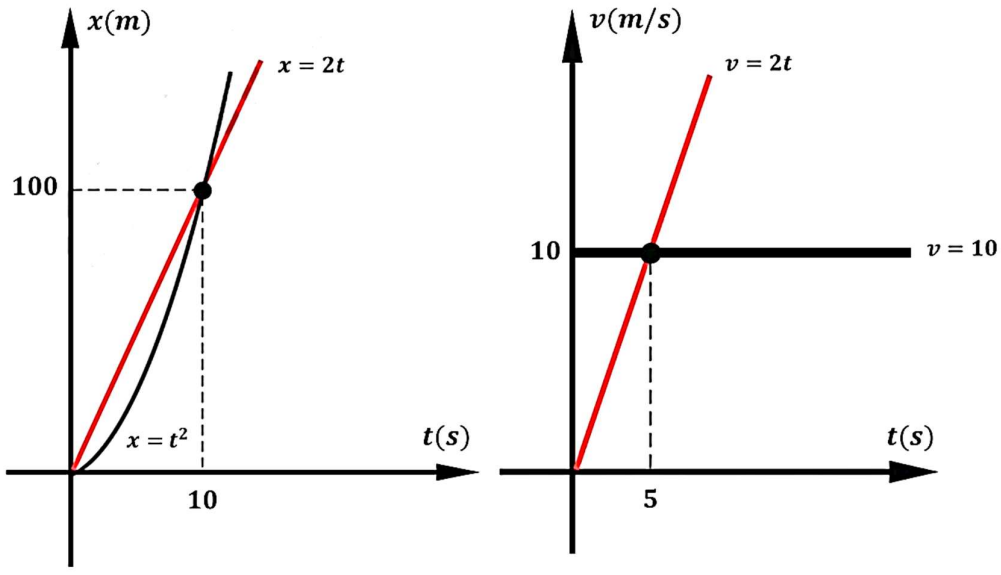
برای رسم نمودار سرعت ـ زمان خودرو باید معادله‌ی آن را به‌دست آوریم:

$v = at + v_۰ \xrightarrow{v_۰ = ۰, a = ۲ \frac{m}{s^۲}} v = ۲t$

با جایگذاری $t = ۲s$ ، $t = ۰$ در رابطه‌ی بالا به‌دست می‌آوریم:

$v = ۲t \rightarrow \begin{cases} t = ۰ \rightarrow v = ۲ \times ۰ = ۰ \\ t = ۲ \rightarrow v = ۲ \times ۲ = ۴ \end{cases}$

$t = ۵s$ زمانی است که سرعت خودرو و کامیون با هم برابر است.



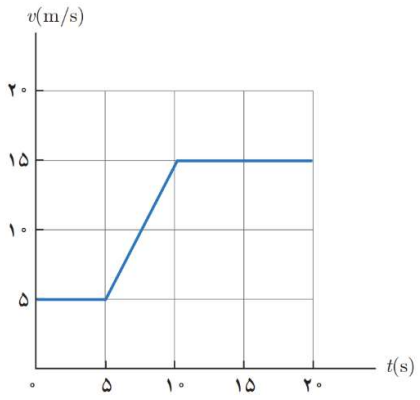
۲۲- شکل نشان داده شده نمودار سرعت ـ زمان خودرویی را نشان می‌دهد که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند.

الف) شتاب خودرو را در هر یک از لحظه‌های $t = ۳s$ ، $t = ۸s$ ، $t = ۱۱s$ و $t = ۱۵s$ به‌دست آورید.

ب) شتاب متوسط در بازه‌ی زمانی $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = ۲۰s$ را به‌دست آورید.

پ) در هر یک از بازه‌های زمانی $t_۱ = ۵s$ تا $t_۲ = ۱۱s$ و $t_۲ = ۱۱s$ تا $t_۳ = ۲۰s$ خودرو چقدر جابه‌جا شده است؟

ت) سرعت متوسط خودرو در بازه‌های $t_۱ = ۵s$ تا $t_۲ = ۱۱s$ و $t_۳ = ۱۱s$ تا $t_۴ = ۲۰s$ را به‌دست آورید.



۲۲- الف) در بازه‌ی $(۰, ۵s)$ ، سرعت حرکت خودرو ثابت و بنابراین شتاب آن صفر است. در نتیجه شتاب در لحظه‌ی $t = ۳s$ صفر می‌باشد.

در بازه‌ی $(۵, ۱۰s)$ ، شتاب متحرک ثابت است و از رابطه‌ی (۱-۵) به‌دست می‌آید:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۱۵ - ۵}{۱۰ - ۵} = \frac{۱۰}{۵} = ۲\frac{m}{s^۲}$$

در نتیجه:

$$t = ۸s \rightarrow a_{av} = ۲\frac{m}{s^۲}$$

در بازه‌ی $(۱۰, ۲۰s)$ ، سرعت حرکت خودرو ثابت و بنابراین شتاب آن صفر است. در نتیجه شتاب در لحظه‌های $t = ۱۱s$ و $t = ۱۵s$ صفر می‌باشد.

ب) در این قسمت نیز با استفاده از رابطه‌ی (۱-۵) داریم:

$$a_{av} = \frac{۱۵ - ۵}{۲۰ - ۰} = \frac{۱۰}{۲۰} = ۰/۵\frac{m}{s^۲}$$

پ) جابه‌جایی متحرک برابر با سطح زیر نمودار سرعت ـ زمان است.

بازه‌ی $(۵, ۱۱s)$:

$$\Delta x = S_{v-t} = S_{\text{ذوزنقه}} + S_{\text{مستطیل}}$$

$$S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{(۵+۱۵)\times ۵}{۲} = ۵۰\text{m}, S_{\text{مستطیل}} = ۱۵\times ۱ = ۱۵\text{m}$$

و در پایان جابه‌جایی کل از جمع جابه‌جایی‌ها به‌دست می‌آید:

$$\rightarrow \Delta x = ۵۰+۱۵ = ۶۵\text{m}$$

بازه‌ی $(۱۱,۲۰\text{s})$:

$$\Delta x = S_{v-t} = ۱۵\times ۹ = ۱۳۵\text{m}$$

(سطح مورد نظر یک مستطیل است که عرض آن برابر است با: $۲۰-۱۱=۹$)

ت) در قسمت (پ) مقدار جابه‌جایی در هر بازه را به‌دست آوردیم؛ در نتیجه برای سرعت متوسط با استفاده از رابطه‌ی $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ خواهیم داشت:

بازه‌ی $(۱۱,۲۰\text{s})$:

$$v_{av} = \frac{۶۰}{۱۱-۵} = \frac{۶۵}{۶} = ۱۰/۸۳\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بازه‌ی $(۱۱,۲۰\text{s})$:

$$v_{av} = \frac{۱۳۵}{۲۰-۱۱} = \frac{۱۳۵}{۹} = ۱۵\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

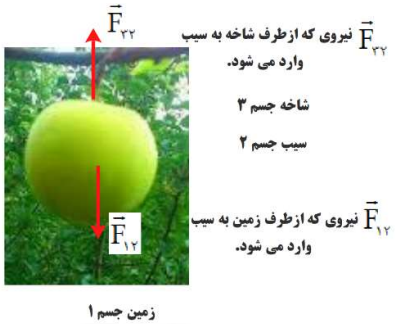
فصل ۲

۲-۱ و ۲-۲ قوانین حرکت نیوتون و معرفی برخی از نیروهای خاص

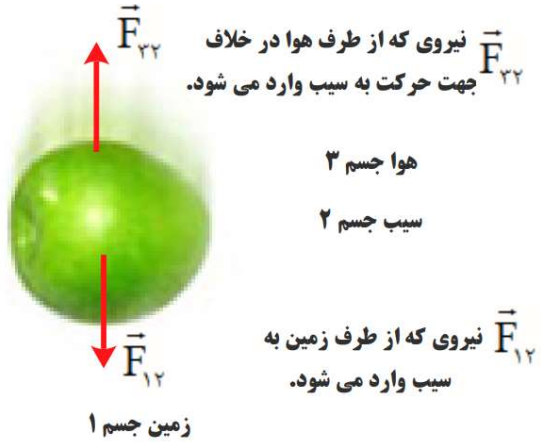
۱- سیبی را در نظر بگیرید که به شاخه‌ی درختی آویزان است و سپس از درخت جدا می‌شود.

الف) با رسم شکل نیروهای وارد بر سیب را قبل و بعد از جدا شدن از درخت نشان دهید.

ب) در هر حالت واکنش این نیروها بر چه اجسامی وارد می‌شود؟



کنش	واکنش
نیروی که از طرف زمین به سیب وارد می شود.	نیروی که از طرف سیب به زمین وارد می شود.
نیروی که از طرف شاخه به سیب وارد می شود.	نیروی که از طرف سیب به شاخه وارد می شود.



کنش	واکنش
نیروی که از طرف زمین به سیب وارد می شود.	نیروی که از طرف سیب به زمین وارد می شود.
نیروی که از طرف هوا به سیب وارد می شود.	نیروی که از طرف سیب به هوا وارد می شود.

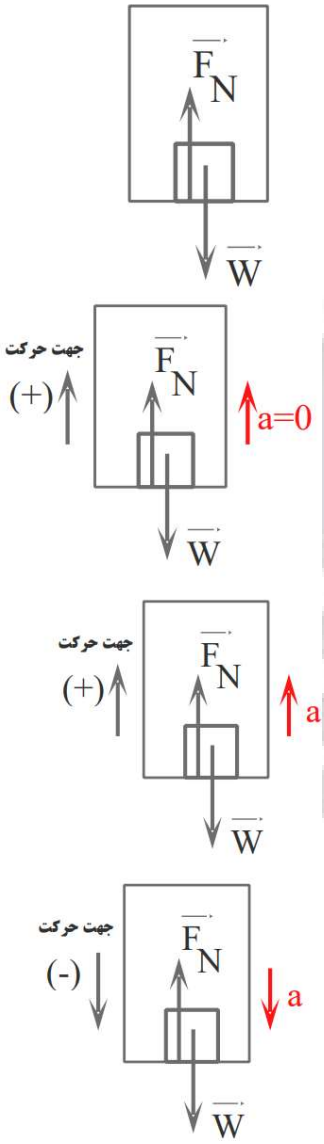
۲- دانش‌آموزی به جرم $۵۰/۰\text{kg}$ روی یک ترازوی فنری در آسانسور ایستاده است. در هر یک از حالت‌های زیر این ترازو چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ ($g=۹/۸\text{N/kg}$)

الف) آسانسور ساکن است.

ب) آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

پ) آسانسور با شتاب $۱/۲\text{m/s}^۲$ به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند.

ت) آسانسور با شتاب $۱/۲\text{m/s}^۲$ به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند.



نکته‌ی مهم: نیرویی که ترازو نشـــان می‌دهد، نیروی عکس‌العمل ســـطح (N) است.

الف) با استفاده از قانون دوم نیوتن داریم:

$$m=۵۰\text{kg} \quad , \quad g=۹/۸\frac{\text{m}}{\text{s}^۲}$$

چون آسانسور ساکن است و شتاب صفر است:

$$F_N-mg=۰\rightarrow F_N=mg=۵۰\times۹/۸=۴۹۰\text{N}$$

ب) چون آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند و شتاب صفر است:

$$F_N-mg=۰\rightarrow F_N=mg=۵۰\times۹/۸=۴۹۰\text{N}$$

پ) با توجه به شکل داریم:

$$F_N-mg=ma\rightarrow F_N=ma+mg=m(a+g)$$

$$\xrightarrow{a=۱/۲\frac{\text{m}}{\text{s}^۲}} F_N=۵۰\times(۱/۲+۹/۸)=۵۵۰\text{N}$$

ت) با توجه به شکل داریم:

$$F_N-mg=-ma\rightarrow F_N=ma-mg=m(a-g)$$

$$\xrightarrow{a=۱/۲\frac{\text{m}}{\text{s}^۲}} F_N=۵۰\times(۹/۸-۱/۲)=۴۳۰\text{N}$$

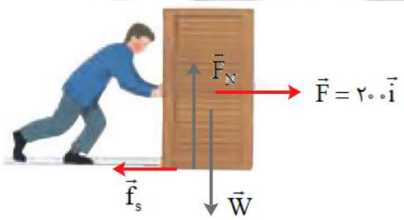
۳- در شکل نشان داده شده، شخص با نیروی $۲۰۰N$ جسم $۹۰/۰$ کیلوگرمی را هُل می‌دهد، اما جسم ساکن می‌ماند. ولی وقتی با نیروی $۳۰۰N$ جسم را هُل می‌دهد، جسم در آستانه‌ی حرکت قرار می‌گیرد.

الف) نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح در هر حالت چقدر است؟

ب) ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح چقدر است؟

پ) اگر پس از حرکت، شخص با نیروی $۲۰۰N$ جسم را هُل دهد و ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم $۰/۲۰$ باشد، شتاب حرکت جسم چقدر خواهد شد؟

- الف) جسم ساکن می‌ماند:

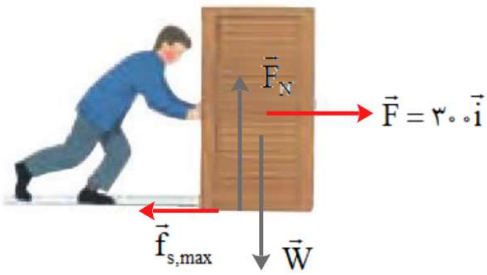


$$F-f_s=۰\rightarrow F=f_s=۲۰۰N$$

جسم در آستانه‌ی حرکت قرار می‌گیرد:

$$F-f_{s\max}=۰\rightarrow F=f_{s\max}=۳۰۰N$$

ب)



$$m=۹۰kg \quad , \quad g=۹/۸\frac{m}{s^۲}$$

در استانه‌ی حرکت داریم:

$$F=f_{s\max}=\mu_S F_N=\mu_S mg$$

$$\rightarrow \mu_S=\frac{f_{s\max}}{mg}=\frac{۳۰۰}{۹۰\times ۹/۸}=۰/۳۴$$

پ)

$$F=۲۰۰N \quad , \quad \mu_k=۰/۲$$

در حرکت با شتاب ثابت و با استفاده از رابطه‌ی (۲-۱) داریم:

$$\vec{F}_{net}=m\vec{a}\rightarrow F-f_k=ma\rightarrow a=\frac{F-f_k}{m}$$

نیروی اصطکاک ایستایی را به شکل زیر و با استفاده از رابطه‌ی (۲-۶) محاسبه می‌کنیم:

$$f_k=\mu_k F_N=\mu_k mg=۰/۲\times ۹۰\times ۹/۸=۱۷۶/۴N$$

و در نهایت برای شتاب به‌دست می‌آوریم:

$$\rightarrow a=\frac{۲۰۰-۱۷۶/۴}{۹۰}=۰/۲۶\frac{m}{s^۲}$$

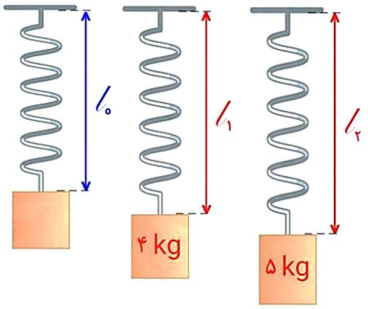
۴- در شـکل روبه‌رو وقتی وزنه‌ی $۴/۰kg$ را به فنر آویزان می‌کنیم، طول فنر $۱۴/۰cm$ می‌شـود، و وقتی وزنه‌ی $۵/۰kg$ را به فنر آویزان می‌کنیم، طول فنر $۱۵/۰cm$ می‌شود.

الف) ثابت فنر چقدر است؟ ب) طول عادی فنر (بدون وزنه) چند سانتی‌متر است؟

روش اول:

ابتدا طول عادی فنر را به‌دست می‌آوریم و سپس با استفاده از آن ثابت فنر را محاسبه می‌کنیم.

داریم: $F_e=kx$ و نیز می‌دانیم نیروی وزن باعث افزایش طول فنر می‌شود: $F_e=mg$



$$\begin{cases}F_e=kx\\F_e=mg\end{cases}\rightarrow kx=mg\rightarrow k=\frac{mg}{x}\qquad (۱)$$

برای وزنه‌ی ۴ کیلوگرمی داریم:

$$x_۱=l_۱-l_۰=۱۴-l_۰\quad ,\quad m_۱=۴kg\quad ,\quad g=۹/۸\frac{m}{s^۲}$$

$$\xrightarrow{(۱)}k=\frac{m_۱g}{x_۱}=\frac{۴\times۹/۸}{۱۴-l_۰}\qquad (۲)$$

و برای وزنه‌ی ۵ کیلوگرمی داریم:

$$x_۲=l_۲-l_۰=۱۵-l_۰\quad ,\quad m_۲=۵kg\quad ,\quad g=۹/۸\frac{m}{s^۲}$$

$$\xrightarrow{(۱)}k=\frac{m_۲g}{x_۲}=\frac{۵\times۹/۸}{۱۵-l_۰}\qquad (۳)$$

در هر دو حالت ثابت فنر یکسان است؛ پس با برابر قرار دادن رابطه‌های (۲) و (۳) طول اولیه‌ی فنر را به‌دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{(۱)=(۲)}\frac{۴\times۹/۸}{۱۴-l_۰}=\frac{۵\times۹/۸}{۱۵-l_۰}\rightarrow ۴\times(۱۵-l_۰)=۵\times(۱۴-l_۰)$$

$$\rightarrow ۶۰-۴l_۰=۷۰-۵l_۰\rightarrow l_۰=۷۰-۶۰=۱۰cm$$

با استفاده از مقدار $l_۰$ و رابطه‌های (۲) و (۳) می‌توان ثابت فنر را محاسبه کرد:

$$x = ۱۴ - ۱۰ = ۴cm \xrightarrow{(۲)} k = \frac{m_۱ g}{x_۱} = \frac{۴ \times ۹/۸}{۴} = ۹/۸ \frac{N}{cm}$$

در این سوال مشخص نشده که واحد k دقیقاً برحسب نیوتن بر متر باشد یا نیوتن بر سانتی‌متر و ما هر دو را محاسبه می‌کنیم:

$$x = ۰/۱۴ - ۰/۱ = ۰/۰۴ \xrightarrow{(۲)} k = \frac{m_۱ g}{x_۱} = \frac{۴ \times ۹/۸}{۰/۰۴} = ۹۸۰ \frac{N}{m}$$

روش دوم:

توجه کنید که منطق ما برای حل مسئله در دو روش گفته شده یکی است و فقط تفاوت در محاسبات ریاضی است.

الف)

$$m_۱ = ۴kg \quad , \quad m_۲ = ۵kg \quad , \quad l_۲ = ۱۵cm \quad , \quad l_۱ = ۱۴cm$$

با استفاده از رابطه‌ی (۲-۷) داریم: $F_e = kx$ و نیز می‌دانیم نیروی وزن باعث افزایش طول فنر می‌شود:

$$F_e = mg$$

$$\begin{cases} F_e = kx \\ F_e = mg \end{cases} \rightarrow kx = mg \rightarrow \begin{cases} k(l_۱ - l_۰) = m_۱ g \\ k(l_۲ - l_۰) = m_۲ g \end{cases}$$

دستگاه دو معادله دو مجهول بالا را به روش حذفی حل می‌کنیم تا مقادیر k و $l_۰$ به‌دست آیند. برای این منظور باید معادله‌ی اول را در عدد (۱-) ضرب کنیم:

$$\rightarrow \begin{cases} [k(l_۱ - l_۰) = m_۱ g] \times (-۱) \\ k(l_۲ - l_۰) = m_۲ g \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -kl_۱ + kl_۰ = -m_۱ g \\ kl_۲ - kl_۰ = m_۲ g \end{cases}$$

از جمع معادله‌های بالا به‌دست می‌آوریم:

$$k(l_۲ - l_۱) = (m_۲ - m_۱) g \rightarrow k = \frac{(m_۲ - m_۱) g}{l_۲ - l_۱}$$

با جایگذاری مقادیر داده شده در صورت مسئله خواهیم داشت:

$$\rightarrow k = \frac{(۵ - ۴) \times ۹/۸}{۱۵ - ۱۴} = \frac{۱ \times ۹/۸}{۱} = ۹/۸ \frac{N}{c} = ۹۸۰ \frac{N}{m}$$

ب) با قرار دادن مقدار k در یکی از معادلات بالا $l_۰$ به‌دست می‌آید:

$$k(l_۱ - l_۰) = m_۱ g \xrightarrow{k=۹/۸} ۹/۸(۱۴ - l_۰) = ۴ \times ۹/۸$$

$$\rightarrow ۱۴ - l_۰ = ۴ \rightarrow l_۰ = ۱۴ - ۴ = ۱۰cm$$

۵- در هر یک از موارد زیر، نیروهای وارد بر جسم را مشخص کنید. واکنش هر یک از این نیروها به چه جسمی وارد می‌شود؟

الف) خودرویی با سرعت ثابت در یک مسیر مستقیم افقی در حال حرکت است.

ب) کشتی‌ای با سرعت ثابت در حال حرکت است.

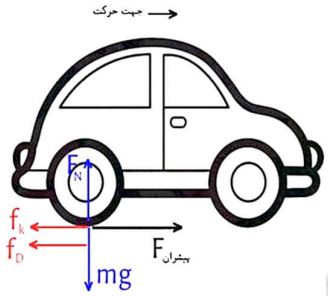
پ) قایقرانی در حال پارو زدن است.

ت) چتربازی در هوای آرام و در امتداد قائم در حال سقوط است.

ث) هواپیمایی در یک سطح پروازی افقی با سرعت ثابت در حال حرکت است.

ج) توپی در راستای قائم به زمین برخورد می‌کند و برمی‌گردد.

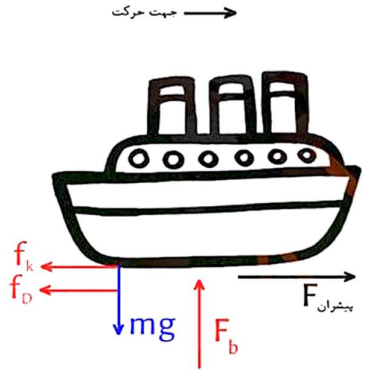
الف) خودرو



نیروی پیشران نیرویی است که توسط موتور خودرو تولید می‌گردد و باعث حرکت خودرو به سمت جلو می‌شود.

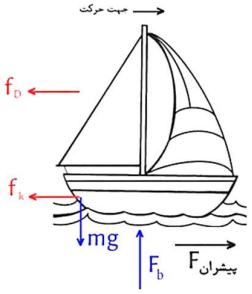
کنش	واکنش
نیروی وزن یا گرانشی که زمین به خودرو وارد می‌کند ($W = mg$).	نیروی گرانشی که خودرو به زمین وارد می‌کند. ($W = G\frac{M_e m}{R_e^2}$ رابطه‌ی ۲-۱۳)
نیروی عمودی تکیه‌گاه که سطح جاده به خودرو وارد می‌کند (F_N)	نیروی عمودی که خودرو به سطح جاده وارد می‌کند.
نیروی اصطکاک جنبشی که از طرف زمین در خلاف جهت حرکت خودرو به آن وارد می‌شود. ($f_k = \mu_k F_N$)	نیرویی که از طرف خودرو در جهت حرکت آن به زمین وارد می‌شود.
نیروی مقاومت هوا که از طرف مولکول‌های هوا در خلاف جهت حرکت خودرو به آن وارد می‌شود. (f_D)	نیرویی که از طرف خودرو به مولکول‌های هوا در جهت حرکت آن وارد می‌شود.

ب) کشتی



نیروی پیشران نیرویی است که توسط موتور کشتی تولید می‌گردد و باعث حرکت کشتی به سمت جلو می‌شود.

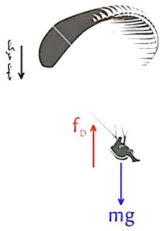
کنش	واکنش
نیروی وزن یا گرانشی که زمین به کشتی وارد می‌کند. ($W = mg$)	نیروی گرانشی که کشتی به زمین وارد می‌کند. ($W = G\frac{M_e m}{R_e^2}$ رابطه‌ی ۲-۱۳)
نیروی شناوری که آب به کشتی وارد می‌کند (F_b)	نیرویی که کشتی به آب وارد می‌کند.
نیروی اصطکاک جنبشی که از طرف آب در خلاف جهت حرکت کشتی به آن وارد می‌شود. ($f_k = \mu_k F_N$)	نیرویی که از طرف کشتی در جهت حرکت آن به آب وارد می‌شود.
نیروی مقاومت هوا که از طرف مولکول‌های هوا در خلاف جهت حرکت کشتی به آن وارد می‌شود. (f_D)	نیرویی که از طرف کشتی به مولکول‌های هوا در جهت حرکت آن وارد می‌شود.



ث) قایقران؛ در این مورد قایق و قایقران و پارو را یک جسم (قایق) در نظر می‌گیریم. نیروی پیشران نیرویی است که توسط پارو زدن قایقران ایجاد می‌گردد و باعث حرکت قایق به سمت جلو می‌شود.

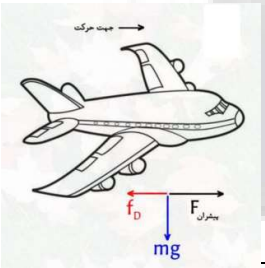
کنش	واکنش
نیروی وزن یا گرانشی که زمین به قایق وارد می‌کند ($W = mg$)	نیروی گرانشی که قایق به زمین وارد می‌کند. ($W = G\frac{M_e m}{R_e^2}$ رابطه‌ی ۲-۱۳)
نیروی شناوری که آب به قایق وارد می‌کند (F_b)	نیرویی که آب به قایق وارد می‌کند.
نیروی اصطکاک جنبشی که از طرف آب در خلاف جهت حرکت قایق به آن وارد می‌شود. ($f_k = \mu_k F_N$)	نیرویی که از طرف قایق در جهت حرکت آن به آب وارد می‌شود.
نیروی مقاومت هوا که از طرف مولکول‌ها هوا در خلاف جهت حرکت قایق به آن وارد می‌شود. (f_D)	نیرویی که از طرف قایق به مولکول‌های هوا در جهت حرکت آن وارد می‌شود.

ت) چترباز



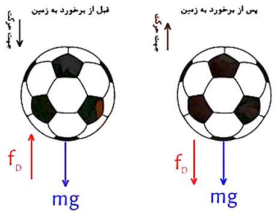
کنش	واکنش
نیروی وزن یا گرانشی که زمین به چترباز وارد می‌کند ($W = mg$)	نیروی گرانشی که چترباز به زمین وارد می‌کند. ($W = G\frac{M_e m}{R_e^2}$ رابطه‌ی ۲-۱۳)
نیروی مقاومت هوا که از طرف مولکول‌های هوا در خلاف جهت حرکت (رو به بالا) به آن وارد می‌شود. (f_D)	نیرویی که از طرف چترباز به مولکول‌های هوا در جهت حرکت (رو با پایین) آن وارد می‌شود.

ث) هواپیما؛ نیروی پیشران نیرویی است که توسط موتور هواپیما ایجاد و باعث حرکت آن به سمت جلو می‌شود.



کنش	واکنش
نیروی وزن یا گرانشی که زمین به هواپیما وارد می‌کند ($W = mg$)	نیروی گرانشی که هواپیما به زمین وارد می‌کند. ($W = G\frac{M_e m}{R_e^2}$ رابطه‌ی ۲-۱۳)
نیروی مقاومت هوا که از طرف مولکول‌های هوا در خلاف جهت حرکت هواپیما به آن وارد می‌شود. (f_D)	نیرویی که از طرف هواپیما به مولکول‌های هوا در جهت حرکت آن وارد می‌شود.

ث) توپ



کنش	واکنش
قبل از برخورد به زمین	

نیروی وزن یا گرانشی که زمین به توپ وارد می‌کند ($W = mg$)	نیروی گرانشی که توپ به زمین وارد می‌کند. (رابطه‌ی ۲-۱۳ $W = G\frac{M_e m}{R_e^2}$)
نیروی مقاومت هوا که از طرف مولکول‌های هوا در خلاف جهت حرکت توپ (رو به بالا) به آن وارد می‌شود. (f_D)	نیرویی که از طرف توپ به مولکول‌های هوا در جهت حرکت آن (رو با پایین) وارد می‌شود.
بعد از برخورد به زمین	
نیروی وزن یا گرانشی که زمین به توپ وارد می‌کند ($W = mg$)	نیروی گرانشی که توپ به زمین وارد می‌کند. (رابطه‌ی ۲-۱۳ $W = G\frac{M_e m}{R_e^2}$)
نیروی مقاومت هوا که از طرف مولکول‌های هوا در خلاف جهت حرکت توپ (رو به پایین) به آن وارد می‌شود. (f_D)	نیرویی که از طرف توپ به مولکول‌های هوا در جهت حرکت آن (رو با بالا) وارد می‌شود.

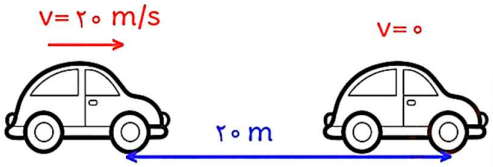
۶- راننده‌ی خودرویی که با سرعت $72/0\,km/h$ در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است، با دیدن مانعی اقدام به ترمز می‌کند و خودرو پس از طی مسافت $20/0\,m$ متوقف می‌شود.

الف) شتاب خودرو در مدت ترمز چقدر است؟

ب) از لحظه‌ی ترمز تا توقف کامل خودرو، چقدر طول می‌کشد؟

پ) نیروی اصطکاک بین لاستیک‌ها و سطح چقدر است؟

جرم خودرو را $1200\,kg$ در نظر بگیرید.



الف) از رابطه‌ی سرعت ـــ جابه‌جایی (مستقل از زمان) در حرکت با شتاب ثابت استفاده می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \qquad (*)$$

چون اتومبیل ترمز می‌کند و در نهایت متوقف می‌شود: $v = 0$

$$v = 72\frac{km}{h} = 72 \div 3/6 = 20\frac{m}{s} \quad , \quad \Delta x = 20m$$

$$(*) \rightarrow -v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow -(20)^2 = 2 \times a \times 20 \rightarrow a = -10\frac{m}{s^2}$$

ب) از رابطه‌ی سرعت ـ زمان به‌دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 20}{-10} = 2s$$

پ)

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \rightarrow F - f_k = ma$$

F نیروی پیشران است که با ترمز کردن صفر می‌شود:

$$\rightarrow -f_k = ma \rightarrow f_k = -ma = -۱۲۰۰ \times (-۱۰) = ۱۲۰۰۰N$$

توجه کنید که نیروی اصطکاک نیروی مقاوم است و علامت نیروهای مقاوم همواره منفی است.

۷- چتربازی از یک بالگرد تقریباً ساکن که در ارتفاع نسبتاً زیادی قرار دارد، به بیرون می‌پرد و پس از مدتی چتر خود را باز می‌کند و در امتداد قائم سقوط می‌کند. حرکت چترباز را از لحظه‌ی پرش تا رسیدن به زمین تحلیل کنید و نموداری تقریبی از تندی آن برحسب زمان رسم کنید.

این سوال مشابه مثال (۲-۴) صفحه‌ی ۳۴ کتاب درسی است.

چون بالگرد ساکن است، سرعت اولیه‌ی چترباز صفر است و حرکت آن تا پیش از باز شدن چترش، حرکت سقوط آزاد بدون سرعت اولیه است. دقت کنید با افزایش سرعت چترباز نیروی مقاومت هوا هم افزایش می‌یابد و حرکت سقوط چتر باز شتاب ثابت نیست ولی چون افزایش نیروی مقاومت هوا کم است تقریبا شیب نمودار سرعت زمان خطی است. در این سوال فرض کرده‌ایم تا قبل از باز شدن چتر تندی چترباز به سرعت حدی خود رسیده است. جایی که نیروی مقاومت هوا با وزن چترباز برابر می‌شود.

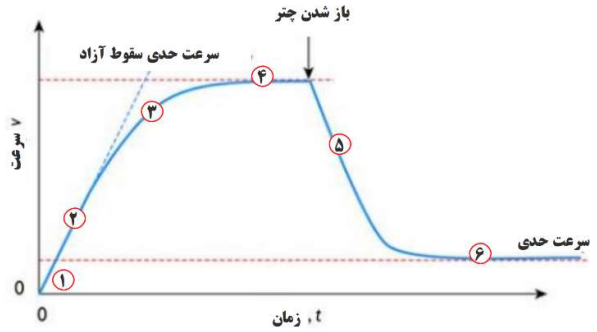
به محض باز شدن چتر، نیروی مقاومت هوا افزایش می‌یابد و از نیروی وزن چترباز بیشتر شده و در نتیجه چترباز رو به بالا حرکت می‌کند:

$$f_D - W = ma \rightarrow a = \frac{f_D - mg}{m} \quad , \quad f_D > mg \rightarrow a > ۰$$

$$v = at_۲ + v_۰$$

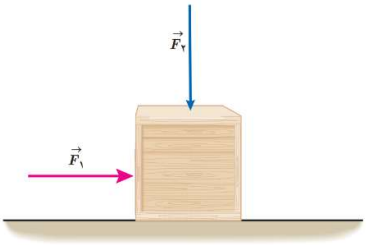
$t_۲$ مدت زمان حرکت چترباز رو به بالاست.

تندی چترباز به تدریج کم شده و در نتیجه نیروی مقاومت هوا نیز کم می‌شود تا جایی که این نیرو با نیروی وزن هم‌اندازه می‌شود ($f_D = mg$). پس از این چترباز با سرعت ثابتی که به آن تندی حدی می‌گویند به طرف پایین حرکت می‌کند.



توجه: حرکت چترباز از لحظه‌ای که پای او به زمین می‌رسد تا توقف کامل یک حرکت شتابدار است که در نمودار سرعت ـ زمان بالا رسم نشده است.

۸- در شکل ، نیروی F_1 به بزرگی $20/0N$ بر جعبه وارد شده است، اما جعبه همچنان ساکن است. اگر در همین حالت بزرگی نیروی قائم $\vec{F_2}$ که جعبه را به زمین می‌فشارد از صفر شروع به افزایش کند، کمیت‌های زیر چگونه تغییر می‌کنند؟



الف) اندازه‌ی نیروی عمودی سطح وارد بر جعبه

ب) اندازه‌ی نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جعبه

پ) اندازه‌ی بیشینه‌ی نیروی اصطکاک ایستایی

ت) نیروی خالص وارد بر جسم

در راستای عمودی داریم:

$$F_N - W - F_2 = 0 \rightarrow F_N = W + F_2$$

بنابراین نیروی عمودی سطح وارد بر جعبه افزایش می‌یابد.

ب) چون جعبه ساکن است، داریم:

$$F_1 - f_s = 0 \rightarrow F_1 = f_s$$

بنابراین نیروی اصطکاک ایستایی تغییر نمی‌کند.

پ)

$$f_{s\,max} = \mu_s F_N$$

در قسمت (الف) نشان دادیم F_N افزایش می‌یابد، بنابراین $f_{s\,max}$ نیز زیاد می‌شود.

ت) چون جعبه در هر دو راستای افقی و عمودی (y, x) حرکتی ندارد، نیروی خالص وارد بر آن صفر است.

۹- می‌خواهیم به جسمی که جرم آن $5/0kg$ است، شتاب $2/0m/s^2$ بدهیم. در هر یک از حالت‌های زیر، نیرویی را که باید به جسم وارد کنیم، محاسبه کنید. از مقاومت هوا صرف‌نظر می‌شود.

الف) جسم روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت کند.

ب) جسم روی سطح افقی با ضریب اصطکاک $0/20$ به طرف راست حرکت کند، و شتابش نیز به طرف راست باشد.

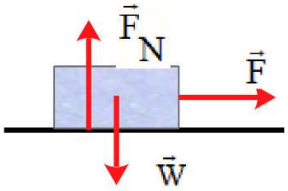
پ) جسم در راستای قائم با شتاب رو به بالا شروع به حرکت کند.

ت) جسم در راستای قائم با شتاب رو به پایین شروع به حرکت کند.

الف)

$$m = 5kg \quad , \quad a = 2\frac{m}{s^2}$$

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \xrightarrow{\text{روی سطح افقی}} F = ma = 5 \times 2 = 10N$$



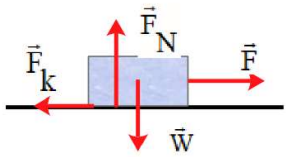
ب)

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \xrightarrow{\text{روی سطح افقی}} F - f_k = ma \rightarrow F = ma + f_k \qquad (۱)$$

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k W = \mu_k mg \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} F = ma + \mu_k mg = m(a + \mu_k g)$$

$$\mu_k = ۰/۲ \rightarrow F = ۵ \times (۲ + ۰/۲ \times ۹/۸) = ۱۹/۸N$$

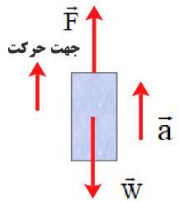


پ) در حرکت در راستای قائم (رو به بالا یا پایین) نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر می‌شود.

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \xrightarrow{\text{در راستای قائم رو به بالا}} F - W = ma$$

$$\rightarrow F = ma + W = m(a + g)$$

$$\rightarrow F = ۵ \times (۲ + ۹/۸) = ۵۹N$$

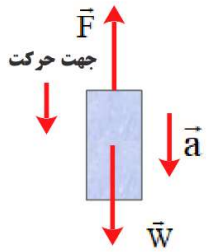


ت)

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \xrightarrow{\text{در راستای قائم رو به پایین}} F - W = -ma$$

$$\rightarrow F = W - ma = m(g - a)$$

$$\rightarrow F = ۵ \times (۹/۸ - ۲) = ۳۹N$$



۱۰- قطعه چوبی را با سرعت افقی $۱۰/۰ m/s$ روی سطحی افقی پرتاب می‌کنیم. ضریب اصطکاک جنبشی بین چوب و سطح $۰/۲۰$ است.

الف) چوب پس از پیمودن چه مسافتی می‌ایستد؟

ب) اگر از یک قطعه چوب دیگر استفاده کنیم که جرم آن دو برابر جرم قطعه چوب اول و ضریب اصطکاک جنبشی آن با سطح افقی با اولی یکسان باشد و با همان سرعت پرتاب شود، مسافت پیموده شده‌ی آن چند برابر می‌شود؟

الف) از رابطه‌ی سرعت ـ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت استفاده می‌کنیم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x$$

چون چوب در نهایت می‌ایستد: $v = ۰$

$$-v_۰^۲ = ۲a\Delta x \rightarrow \Delta x = -\frac{v_۰^۲}{۲a} \qquad (۱)$$

برای به‌دست آوردن شتاب از رابطه‌ی (۲-۱) استفاده می‌کنیم: $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$

می‌دانیم نیروی اصطکاک باعث توقف چوب می‌شود:

$$-f_k = ma$$

برای نیروی اصطکاک داریم:

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k W = \mu_k mg$$
$$\rightarrow \mu_k mg = ma \rightarrow -\mu_k g = a \qquad (۲)$$

در پایان:

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \Delta x = -\frac{v_۰^۲}{۲\times(-\mu_k g)} = -\frac{(۱۰)^۲}{۲\times(-۰/۲\times۹/۸)}$$

$$\rightarrow \Delta x = \frac{۱۰۰}{۳/۹۲} = ۲۵/۵m$$

ب) تغییر نمی‌کند. زیرا رابطه‌های (۱) و (۲) که در قسمت (الف) به‌دست آوردیم، مستقل از جرم جسم هستند. در نتیجه شتاب حرکت چوب و جابه‌جایی آن به جرم جسم بستگی ندارند.

۱۱- وزنه‌ای به جرم $۲/۰kg$ را به انتهای فنری به طول $۱۲cm$ که ثابت آن $۲N/cm$ است، می‌بندیم و فنر را از سقف یک آسانسور آویزان می‌کنیم. طول فنر را در حالت‌های الف تا ت محاسبه کنید.

الف) آسانسور ساکن است.

ب) آسانسور با سرعت ثابت $۲/۰m/s$ رو به پایین در حرکت است.

پ) آسانسور با شتاب ثابت $۲/۰m/s^۲$ از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت کند.

ت) آسانسور با شتاب ثابت $۲/۰m/s^۲$ از حال سکون رو به بالا شروع به حرکت کند.

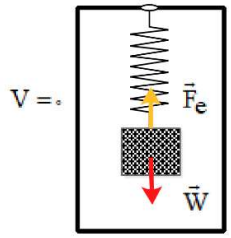
$$m = ۲kg \quad , \quad l = ۱۲cm = ۰/۱۲m$$
$$k = ۲۰\frac{N}{cm} = ۲۰\times\frac{۱}{۱۰^{-۲}} = ۲۰۰۰\frac{N}{m}$$

الف) با استفاده از رابطه‌ی (۲-۷) داریم: $F_e = kx$ و نیز می‌دانیم نیروی وزن باعث افزایش طول فنر می‌شود:

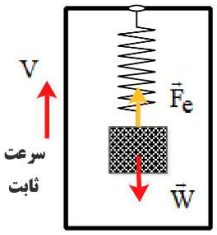
$$F_e = mg$$

$$\begin{cases} F_e = kx \\ F_e = mg \end{cases} \rightarrow kx = mg \rightarrow k(l-l_۰) = mg \rightarrow l = \frac{mg}{k} + l_۰$$

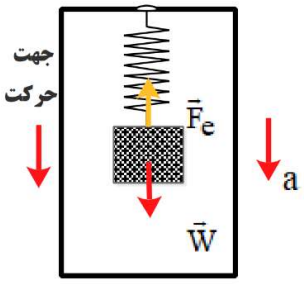
$$\rightarrow l = \frac{۲\times۹/۸}{۲۰۰۰} + ۰/۱۲ = ۰/۱۲۹۸m = ۱۲/۹۸cm$$



ب) در حرکت با سرعت ثابت شتاب صفر است و حل مسئله مانند قسمت (الف) خواهد بود.

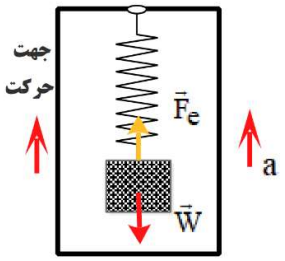


پ) در حرکت رو به پایین داریم:



$$F_e - mg = -ma \rightarrow F_e = mg - ma$$
$$\rightarrow k(l - l_\circ) = m(g - a) \rightarrow l = \frac{m(g-a)}{k} + l_\circ$$
$$\rightarrow l = \frac{۲\times(۹/۸-۲)}{۲۰۰۰} + ۰/۱۲ = ۰/۱۲۷۸m = ۱۲/۷۸cm$$

ت) در حرکت رو به بالا داریم:



$$F_e - mg = ma \rightarrow F_e = ma + mg$$
$$\rightarrow k(l - l_\circ) = m(a + g) \rightarrow l = \frac{m(a+g)}{k} + l_\circ$$
$$\rightarrow l = \frac{۲\times(۲+۹/۸)}{۲۰۰۰} + ۰/۱۲ = ۰/۱۳۱۸m = ۱۳/۱۸cm$$

۱۲- برای یک راننده دانستن کل مسافت توقف خودرو اهمیت دارد. همان‌طور که شکل نشان می‌دهد کل مسافت توقف، دو قسمت دارد؛ مسافت واکنش (مسافتی که خودرو از لحظه‌ی دیدن مانع تا ترمز گرفتن طی می‌کند) و مسافت ترمز (مسافتی که خودرو از لحظه ترمز گرفتن تا توقف کامل طی می‌کند).

کل مسافت توقف = مسافت ترمز + مسافت واکنش

الف) دو عامل مؤثر در مسافت واکنش را بنویسید.

ب) زمان واکنش راننده‌ای $۰/۶۰s$ است. در طی این زمان، خودرو مسافت $۱۸m$ را طی می‌کند. با فرض ثابت بودن سرعت در این مدت، اندازه‌ی آن را حساب کنید.

پ) اگر در این سرعت راننده ترمز کند و خودرو پس از $۵/۰s$ متوقف شود، مسافت ترمز و شتاب خودرو را حساب کنید.

ت) وقتی خودرو ترمز می‌کند، نیروی خالص وارد بر آن چقدر است؟ جرم خودرو را $۱۵۰۰kg$ فرض کنید.

الف) زمان واکنش، سرعت خودرو، شتاب خودرو

ب)

$$\Delta t = ۰/۶s \quad , \quad \Delta x = ۱۸m$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۸}{۰/۶} = ۳۰\frac{m}{s}$$

پ)

$$t = ۵s$$

با در نظر گرفتن $x_۰ = ۰$ داریم:

$$x = vt + x_۰ \quad , \quad v_{av} = \frac{v + v_۰}{۲} \rightarrow x = (\frac{v + v_۰}{۲})t$$

سرعت $v_۰$ مقداری است که در قسمت (ب) به‌دست آوردیم و چون خودرو متوقف می‌شود سرعت نهایی هم صفر است:

$$\rightarrow x = (\frac{v + v_۰}{۲})t = (\frac{۰ + ۳۰}{۲}) \times ۵ = ۷۵m$$

و برای شتاب با استفاده از رابطه‌ی (۱-۸) داریم:

$$v = at + v_۰ \rightarrow a = \frac{v - v_۰}{t} = \frac{۰ - ۳۰}{۵} = -۶\frac{m}{s^۲}$$

ت) شتاب خودرو را در قسمت قبل محاسبه کردیم:

$$a = -۶\frac{m}{s^۲} \quad , \quad m = ۱۵۰۰kg$$

$$F = ma = ۱۵۰۰ \times (-۶) = -۹۰۰۰N$$

علامت منفی به معنی آن است که نیروی وارد بر خودرو خلاف حرکت آن است.

۱۳- یک خودروی باری با طناب افقی محکمی، یک خودروی سواری به جرم ۱۵۰۰kg را می‌کشد. نیروی اصطکاک و مقاومت هوا در مقابل حرکت خودروی سواری ۲۲۰N و ۳۸۰N است.

الف) اگر سرعت خودرو ثابت باشد نیروی کشش طناب T چقدر است؟

ب) اگر خودرو با شتاب ثابت $۲/۰m/s^۲$ به طرف راست کشیده شود، نیروی کشش طناب چقدر است؟

الف)

$$m = ۱۵۰۰kg \quad , \quad a = ۲\frac{m}{s^۲} \quad , \quad f_k = ۲۲۰N \quad , \quad f_D = ۳۸۰N$$

در حرکت با سرعت ثابت شتاب صفر است $v = cet \rightarrow a = ۰$ و بنابراین:

$$T - f_k - f_D = ۰ \rightarrow T = f_k + f_D = ۲۲۰ + ۳۸۰ = ۶۰۰N$$

ب) در حرکت شتاب‌دار داریم:

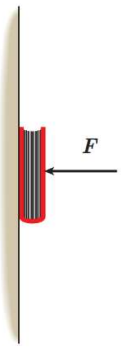
$$T - f_k - f_D = ma \rightarrow T = ma + f_k + f_D$$
$$\rightarrow T = ۱۵۰۰ \times ۲ + ۲۲۰ + ۳۸۰ = ۳۶۰۰N$$

۱۴- کتابی را مانند شکل با نیروی عمودی F به دیوار قائمی فشرده و ثابت نگه داشته‌ایم.

الف) نیروهای وارد بر کتاب را رسم کنید.

ب) اگر جرم کتاب $۲/۵kg$ باشد، اندازه‌ی نیروی اصطکاک را به دست آورید.

پ) اگر کتاب را بیشتر به دیوار بفشاریم، آیا نیروی اصطکاک تغییر می‌کند؟ با این کار چه نیروهایی افزایش می‌یابد؟



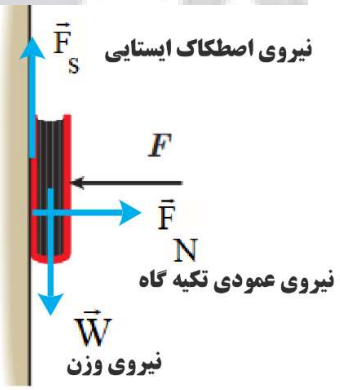
$$m = ۲/۵kg \quad , \quad g = ۹/۸ \frac{m}{s^۲}$$

کتاب حرکت نمی‌کند، بنابراین نیروی وزن و نیروی اصطکاک با هم برابرند:

$$f_s = W \rightarrow f_s = mg = ۲/۵ \times ۹/۸ = ۲۴/۵N$$

پ) خیر، نیروی اصطکاک تغییر نمی‌کند.

با افزایش F نیروی عکس‌العمل آن، نیروی عمودی تکیه‌گاه افزایش (F_N) می‌یابد.



۲-۳ تکانه و قانون دوم نیوتون

۱۵- وقتی در خودروی ساکنی نشسته‌اید و خودرو ناگهان شروع به حرکت می‌کند، به صندلی فشرده می‌شوید. همچنین اگر در خودروی در حال حرکتی نشسته باشید، در توقف ناگهانی به جلو پرتاب می‌شوید.

الف) علت این پدیده‌ها را توضیح دهید.

ب) نقش کمربند ایمنی و کیسه‌ی هوا در کم شدن آسیب‌ها در تصادف‌ها را بیان کنید.

الف) وقتی اتومبیلی شروع به حرکت یا ترمز می‌کند، نیرویی به آن وارد می‌شود و اتومبیل شتاب می‌گیرد ($\vec{F}_{net} = m\vec{a}$). در زمان شروع حرکت شتاب مثبت و به هنگام ترمز کردن شتاب منفی است.

۶

ب) کمربند ایمنی و کیسه‌ی هوا با قرار گرفتن در مسیر حرکت افراد داخل اتومبیل به هنگام ترمز کردن، مانع از برخورد آن‌ها به شیشه‌ی جلویی اتومبیل می‌شوند. در واقع با افزایش زمان برخورد باعث می‌شوند که تکانه وارد بر سرنشینان کاهش پیدا کند.

۱۶- توپی به جرم ۲۸۰g با تندی ۱۵/۰m/s به طور افقی به بازیکنی نزدیک می‌شود. بازیکن با مشت به توپ ضربه می‌زند و باعث می‌شود توپ با تندی ۲۲/۰m/s در جهت مخالف برگردد.

الف) اندازه‌ی تغییر تکانه‌ی توپ را محاسبه کنید.

ب) اگر مشت بازیکن ۰/۰۶۰۰s با توپ در تماس باشد، اندازه‌ی نیروی متوسط وارد بر مشت بازیکن از طرف توپ را به‌دست آورید.

الف)

$$m = ۲۸۰g \quad , \quad g = ۰/۲۸kg$$

$$\vec{v}_۱ = ۱۵\vec{i}\frac{m}{s} \quad , \quad \vec{v}_۲ = ۲۲(-\vec{i})\frac{m}{s}$$

$$\vec{P} = m\vec{v} \rightarrow \begin{cases} \vec{P}_۱ = m\vec{v}_۱ = ۰/۲۸\times ۱۵ = ۴/۲\vec{i}\frac{kgm}{s} \\ \vec{P}_۲ = m\vec{v}_۲ = ۰/۲۸\times ۲۲ = ۶/۱۶(-\vec{i})\frac{kgm}{s} \end{cases}$$

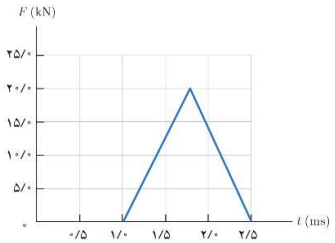
$$\rightarrow \Delta\vec{P} = \vec{P}_۲ - \vec{P}_۱ = (-۶/۱۶ - ۴/۲) = -۱۰/۳۶\vec{i}\frac{kgm}{s}$$

ب)

$$\Delta t = ۰/۰۶s$$

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \frac{-۱۰/۳۶}{۰/۰۶} = -۱۷۲/۶\vec{i}N$$

۱۷- شکل زیر، منحنی نیروی خالص برحسب زمان را برای توپ بیسبالی که با چوب بیسبال به آن ضربه زده شده است، نشان می‌دهد. تغییر تکانه‌ی توپ و نیروی خالص متوسط وارد بر آن را به‌دست آورید.



تغییر تکانه:

می‌دانیم تغییر تکانه‌ی یک جسم برابر است با سطح زیر نمودار نیرو ـ زمان:

$$\Delta P = S_{F-t} \rightarrow \Delta P = S_{ABC\ \text{مثلث}}$$

دقت کنید که در شکل زمان برحسب میلی ثانیه است و باید به ثانیه تبدیل شود و نیرو نیز برحسب کیلو نیوتن است که باید به نیوتن تبدیل شود:

$$AH = ۲۰kN = ۲۰\times۱۰^{۳}N$$

$$BC = ۲/۵ - ۱ = ۱/۵ms = ۱/۵\times۱۰^{۳}s$$

$$S_{ABC\ \text{مثلث}} = \frac{AH\times BC}{۲} = \frac{۲۰\times۱۰^{۳}\times۱/۵\times۱۰^{-۳}}{۲} = ۱۵$$

$$\rightarrow \Delta P = ۱۵\frac{kgm}{s}$$

نیروی خالص وارد بر توپ:

$$\Delta t = BC = ۱/۵\times۱۰^{-۳}s$$

با استفاده از رابطه‌ی (۲-۹) داریم:

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \frac{۱۵}{۱/۵\times۱۰^{-۳}} = ۱۰^{۴} = ۱۰۰۰۰N$$

۲-۴ نیروی گرانشی

۱۸- دو جسم در فاصله‌ی $۲۰/۰m$ از هم، یکدیگر را با نیروی گرانشی کوچک $۱/۰۰\times۱۰^{-۸}N$، جذب می‌کنند. اگر جرم یکی از اجسام $۵۰/۰kg$ باشد، جرم جسم دیگر چقدر است؟

$$F = G\frac{m_۱m_۲}{r^{۲}} \quad , \quad G = ۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}\frac{N.m^{۲}}{kg^{۲}}$$

$$r = ۲۰m \quad , \quad F = ۱۰^{-۸}N \quad , \quad m_۱ = ۵۰kg$$

$$F = G\frac{m_۱m_۲}{r^{۲}} \rightarrow m_۲ = \frac{Fr^{۲}}{Gm_۱}$$

$$\rightarrow m_۲ = \frac{۱۰^{-۸}\times(۲۰)^{۲}}{۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}\times۵۰} = \frac{۴۰۰۰۰}{۳۳/۳۵} = ۱۱۹۹/۴kg$$

۱۹- الف) در چه ارتفاعی از سطح زمین، وزن یک شخص به نصف مقدار خود در سطح زمین می‌رسد؟

ب) اگر جرم ماهواره‌ای $۲۵۰kg$ باشد، وزن آن در ارتفاع ۳۶۰۰۰ کیلومتری از سطح زمین چقدر خواهد شد؟

$$R_e = ۶۴۰۰km \quad M_e = ۵/۹۸\times۱۰^{۲۴}kg \text{ و}$$

الف) برای محاسبه وزن جسم در سطح زمین و در ارتفاع h از سطح زمین داریم:

؟؟؟

$$W_{\text{در سطح زمین}} = G\frac{M_em}{R_e^{۲}} \quad , \quad W_{h\ \text{در ارتفاع}} = G\frac{M_em}{(R_e+h)^{۲}}$$

$$\frac{W_{h\ \text{در ارتفاع}}}{W\ \text{در سطح زمین}}=\frac{1}{2}\rightarrow\frac{G\frac{M_e m}{(R_e+h)^2}}{G\frac{M_e m}{R_e^2}}=\frac{R_e^2}{(R_e+h)^2}=\left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2$$

$$\rightarrow\frac{1}{2}=\left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2\rightarrow\frac{R_e}{R_e+h}=\frac{1}{\sqrt{2}}\rightarrow\sqrt{2}R_e=R_e+h$$

$$\rightarrow h=R_e(\sqrt{2}-1)$$

می‌دانیم شعاع زمین برابر است با: $R_e=6400km$

$$R_e=6400km=64\times10^5 m$$

$$\rightarrow h=6400\times(\sqrt{2}-1)=6400\times0/4=1060km$$

ب)

$$m=250kg\quad,\quad h=36000km=36\times10^5 m$$

با توجه به قسمت (الف) داریم:

$$W_{h\ \text{در ارتفاع}}=G\frac{M_e m}{(R_e+h)^2}=6/67\times10^{-11}\times\frac{5/98\times10^{24}\times250}{[(64+36)\times10^5]^2}$$

$$\rightarrow W_{h\ \text{در ارتفاع}}=6/67\times5/98\times25\frac{10^{-11}\times10^{24}\times10}{(10^7)^2}=55/64N$$

۲۰- الف) شتاب گرانشی ناشی از خورشید در سطح زمین چقدر است؟

ب) شتاب گرانشی ناشی از ماه در سطح زمین چقدر است؟

$M_{\text{خورشید}}=7/36\times10^{22}kg$ و $M_{\text{ماه}}=1/99\times10^{30}kg$

فاصله‌ی زمین تا خورشید $=149/6\times10^6 km$

فاصله‌ی زمین تا ماه $=3/84\times10^5 km$

فاصله زمین تا خورشید $=R_1=149/6\times10^6 km=149/6\times10^9 m$

فاصله زمین تا ماه $=R_2=3/84\times10^5 km=3/84\times10^8 m$

با استفاده از رابطه‌ی $g=G\frac{M_e}{R_e^2}$ برای شتاب گرانش خورشید و ماه در سطح زمین خواهیم داشت:

$$g_{\text{خورشید}}=G\frac{M}{R_e^2}=6/67\times10^{-11}\frac{1/99\times10^{30}}{(149/6\times10^9)^2}=0/00593$$

$$\rightarrow g_{\text{خورشید}}=5/93\times10^{-3}\frac{N}{kg}$$

$$g_{\text{ماه}}=G\frac{M_{\text{ماه}}}{R_e^2}=6/67\times10^{-11}\frac{7/36\times10^{22}}{(3/84\times10^8)^2}$$

$$\rightarrow g_{\text{ماه}} = ۳/۳۲\times۱۰^{-۵}$$

دقت کنید که به جای R_e فاصله زمین تا خورشید و فاصله خورشید تا ماه را قرار داده‌ایم.

با مقایسه‌ی مقادیر به‌دست آمده می‌بینیم که: $g_{\text{خورشید}} \approx ۱۰۰ g_{\text{ماه}}$

۲۱- الف) سفینه‌ای به جرم $۳/۰۰\times۱۰^{۴}\,kg$ در وسط فاصله‌ی بین زمین و ماه قرار دارد. نیروی گرانشی در این مکان وارد می‌شود به‌دست آورید. (از داده‌های مسئله‌های قبل استفاده کنید).

ب) در چه فاصله‌ای از زمین، نیروی گرانشی ماه و زمین بر سفینه، یکدیگر را خنثی می‌کنند؟

$$M_{\text{سفینه}} = ۳\times۱۰^{۴}\,kg$$

$$\text{فاصله‌ی زمین تا ماه} = ۳/۸۴\times۱۰^{۵}\,km = ۳/۸۴\times۱۰^{۸}\,m$$

$$\rightarrow R = ۳/۸۴\times۱۰^{۸}\,m \div ۲ = ۱/۹۲\times۱۰^{۸}\,m$$

نیروی گرانشی بین زمین و سفینه: $F_۱$

$$F = G\frac{m_۱m_۲}{r^۲} \rightarrow F_۱ = G\frac{M_{\text{زمین}}\,M_{\text{سفینه}}}{R^۲}$$

$$\rightarrow F_۱ = ۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}\times\frac{۵/۹۸\times۱۰^{۲۴}\times۳\times۱۰^{۴}}{(۱/۹۲\times۱۰^{۸})^۲} = ۳۲۴/۵۹N$$

نیروی گرانشی بین ماه و سفینه: $F_۲$

$$F = G\frac{m_۱m_۲}{r^۲} \rightarrow F_۲ = G\frac{M_{\text{ماه}}\,M_{\text{سفینه}}}{R^۲}$$

$$\rightarrow F_۲ = ۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}\times\frac{۷/۳۶\times۱۰^{۲۲}\times۳\times۱۰^{۴}}{(۱/۹۲\times۱۰^{۸})^۲} = ۳/۹۹N$$

$$\rightarrow F_{\text{برایند یا خالص}} = ۳۲۴/۵۹ - ۳/۹۹ = ۳۲۰/۶N$$

روش دوم: این روش محاسبات عددی کمتری دارد.

$$\rightarrow F_{\text{برایند یا خالص}} = F_۱ - F_۲ = G\frac{M_{\text{زمین}}\,M_{\text{سفینه}}}{R^۲} - G\frac{M_{\text{ماه}}\,M_{\text{سفینه}}}{R^۲}$$

$$\rightarrow F_{\text{برایند یا خالص}} = G\frac{M_{\text{سفینه}}}{R^۲}(M_{\text{زمین}} - M_{\text{ماه}})$$

با جایگذاری در نهایت به مقدار ۳۲۰/۶ نیوتن می‌رسیم.

ب) نیروهای $F_۱$ و $F_۲$ باید با هم برابر و در خلاف جهت هم باشند.

دقت کنید نقطه‌ای که در آن نیروی برایند صفر است، نزدیک به ماه (جرم کوچک‌تر) است. زیرا با توجه به رابطه‌ی $F = G\frac{m_۱m_۲}{r^۲}$، چون جرم زمین بیشتر از جرم ماه است، باید فاصله‌ی سفینه از زمین بزرگ‌تر از فاصله‌ی آن از ماه باشد تا با قرار گرفتن در مخرج کسر نیروی گرانشی بین زمین و سفینه برابر با نیروی گرانشی بین ماه و سفینه شود:

$$F_۱ = F_۲ \rightarrow G\frac{M_{\text{زمین}}\,M_{\text{سفینه}}}{x^۲} = G\frac{M_{\text{ماه}}\,M_{\text{سفینه}}}{(R-x)^۲} \rightarrow \frac{M_{\text{زمین}}}{x^۲} = \frac{M_{\text{ماه}}}{(R-x)^۲}$$

$$\rightarrow \frac{x^{۲}}{(R-x)^{۲}} = \frac{M_{\text{زمین}}}{M_{\text{ماه}}}$$

$$\rightarrow \frac{x^{۲}}{(R-x)^{۲}} = (\frac{x}{R-x})^{۲} \qquad (۱)$$

$$\frac{M_{\text{زمین}}}{M_{\text{ماه}}} = \frac{۵/۹۸\times۱۰^{۲۴}}{۷/۳۶\times۱۰^{۲۲}} = ۰/۸۱\times۱۰^{۲} = ۸۱ \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} (\frac{x}{R-x})^{۲} = ۸۱ \rightarrow \frac{x}{R-x} = \sqrt{۸۱} = ۹$$

$$\rightarrow x = (R-x)\times۹ = ۹R - ۹x$$

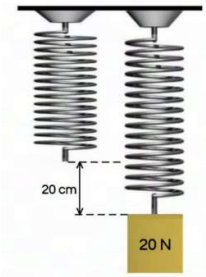
$$\rightarrow x + ۹x = ۹R \rightarrow ۱۰x = ۹R \rightarrow x = ۰/۹R$$

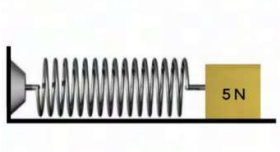
$$\rightarrow x = ۰/۹\times۳/۸۴\times۱۰^{۸} = ۳/۴۵۶\times۱۰^{۸}\,m$$

فصل ۳

۳-۱ و ۳-۲ نوسان دوره‌ای و حرکت هماهنگ ساده

۱- یک وزنه‌ی ۲۰N را از انتهای یک فنر قائم می‌آویزیم، فنر ۲۰cm کشیده می‌شود. سپس این فنر را در حالی که به یک وزنه‌ی ۵/۰N متصل است روی میز بدون اصطکاکی به نوسان درمی‌آوریم. دوره‌ی تناوب این نوسان چقدر است؟





$$F_1 = 20N$$
$$F_2 = 5N$$
$$x = 20cm = 0/2m$$

با استفاده از رابطه‌ی (۳-۴) برای دوره‌ی تناوب سامانه‌ی جرم ـ فنر داریم:

؟؟؟

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

بنابراین باید مقادیر k و m را به‌دست آوریم.

برای محاسبه‌ی ثابت فنر از رابطه‌ی (۲-۷) در فصل قبل استفاده می‌کنیم:

$$F = kx \rightarrow k = \frac{F}{x} = \frac{20}{0/2} = \frac{200}{2} = 100\frac{N}{m}$$

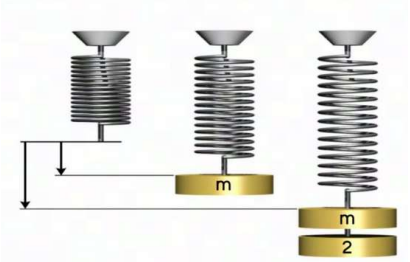
و جرم نیز با استفاده از رابطه‌ی (۲-۳) در فصل قبل به‌دست می‌آید:

$$W = mg \rightarrow m = \frac{W}{g}$$
$$W = F_2 = 5N$$
$$g = 9/8\frac{m}{s^2} \rightarrow m = \frac{5}{9/8} = 0/5kg$$

و در نهایت:

$$\rightarrow T = 2\times 3/14\sqrt{\frac{0/5}{100}} = 0/44s$$

۲- هرگاه جسمی به جرم m به فنری متصل شود و به نوسان درآید، با دوره‌ی تناوب ۲/۰s نوسان می‌کند. اگر جرم این جسم ۲/۰kg افزایش یابد، دوره تناوب ۳/۰s می‌شود. مقدار m چقدر است؟



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

حالت اول: $m_1 = m$, $T_1 = 2s$

$$T_۱ = ۲\pi\sqrt{\frac{m_۱}{k}} \rightarrow ۲ = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (۱)$$

و حالت دوم: $m_۲ = m + ۲$, $T_۲ = ۳s$

$$T_۲ = ۲\pi\sqrt{\frac{m_۲}{k}} \rightarrow ۳ = ۲\pi\sqrt{\frac{m+۲}{k}} \qquad (۲)$$

از تقسیم رابطه‌ی (۱) به (۲) به‌دست می‌آوریم:

$$\rightarrow \frac{(۱)}{(۲)} = \frac{۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}{۲\pi\sqrt{\frac{m+۲}{k}}} = \frac{۲}{۳} \rightarrow \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m+۲}} = \frac{۲}{۳} \qquad (۳)$$

دو طرف رابطه‌ی (۳) را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m+۲}})^۲ = (\frac{۲}{۳})^۲ \rightarrow \frac{m}{m+۲} = \frac{۴}{۹} \rightarrow ۹m = ۴\times(m+۲)$$

$$\rightarrow ۹m = ۴m + ۸ \rightarrow ۵m = ۸ \rightarrow m = \frac{۸}{۵} = ۱/۶kg$$

۳- جرم خودرویی همراه با سرنشینان آن ۱۶۰۰kg است. این خودرو روی چهار فنر با ثابت $۲/۰۰\times۱۰^۴\ N/m$ سوار شده است. دوره‌ی تناوب، بسامد، و بسامد زاویه‌ای ارتعاش خودرو وقتی از چاله‌ای می‌گذرد، چقدر است؟ فرض کنید وزن خودرو به طور یکنواخت روی فنرهای چهار چرخ توزیع شده است.

طبق فرض مسئله، خودرو روی چهار فنر سوار شده و وزن آن به طور یکنواخت روی فنرهای چهار چرخ توزیع شده است. بنابراین جرمی که روی هر فنر قرار می‌گیرد، ۴۰۰ کیلوگرم می‌باشد:

$$m = \frac{۱۶۰۰}{۴} = ۴۰۰kg$$

$$k = ۲\times۱۰^۴\ \frac{N}{m}$$

با استفاده از رابطه‌ی برای دوره‌ی تناوب سامانه‌ی جرم ـ فنر داریم:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = ۲\times۳/۱۴\sqrt{\frac{۴۰۰}{۲\times۱۰^۴}}$$

$$\rightarrow T = ۲\times۳/۱۴\times\frac{۲۰}{\sqrt{۲}\times۱۰۰} = ۰/۸۷s$$

$$f = \frac{۱}{T} = \frac{۱}{۰/۸۷} = ۱/۱۴Hz$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{۲\times۱۰^۴}{۴۰۰}} = \frac{\sqrt{۲}\times۱۰۰}{۲۰} = ۷/۱۴\ \frac{rad}{s}$$

۴- دامنه‌ی نوسان یک حرکت هماهنگ ساده $۳/۰\times۱۰^{-۲}m$ و بسامد آن $۵/۰Hz$ هرتز است. معادله‌ی حرکت این نوسانگر را بنویسید و نمودار مکان ـ زمان آن را در یک دوره رسم کنید.

$$A=۳\times۱۰^{-۲}m \quad , \quad f=۵۰Hz$$

رابطه‌ی (۳-۲) معادله‌ی مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده است:

$$x(t)=A\cos\omega t$$

مقدار دامنه A داده شده است و باید ω را به‌دست آوریم:

$$\omega=۲\pi f=۲\pi\times۵=۱۰\pi\frac{rad}{s}$$

$$\rightarrow x(t)=۰/۰۳\cos(۱۰\pi t)$$

برای رسم نمودار مکان ـ زمان ابتدا باید دوره‌ی تناوب حرکت را با استفاده از رابطه‌ی (۳-۳) محاسبه کنیم:

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\rightarrow T=\frac{۲\pi}{\omega}=\frac{۲\pi}{۱۰\pi}=\frac{۱}{۵}=۰/۲s$$

سپس از رابطه‌ی $x(t)=۰/۰۳\cos(۱۰\pi t)$ مقادیر x را به‌دست می‌آوریم:

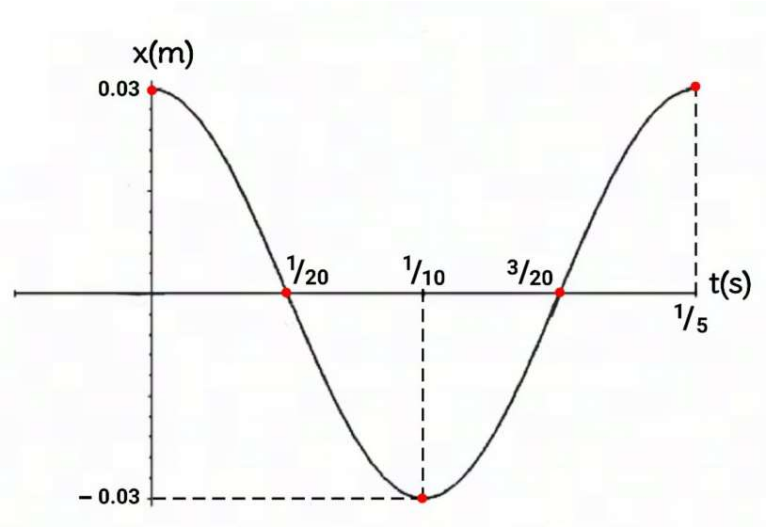
$$t=۰\rightarrow x(۰)=۰/۰۳\cos(۱۰\pi\times۰)=۰/۰۳\times\cos(۰)=۰/۰۳$$

$$t=\frac{T}{۴}=\frac{۱}{۲۰}\rightarrow x(\frac{۱}{۲۰})=۰/۰۳\cos(۱۰\pi\times\frac{۱}{۲۰})=۰/۰۳\times\cos(\frac{\pi}{۲})=۰$$

$$t=\frac{T}{۲}=\frac{۱}{۱۰}\rightarrow x(\frac{۱}{۱۰})=۰/۰۳\cos(۱۰\pi\times\frac{۱}{۱۰})=۰/۰۳\times\cos(\frac{\pi}{۲})=-۰/۰۳$$

$$t=\frac{۳T}{۴}=\frac{۳}{۲۰}\rightarrow x(\frac{۳}{۲۰})=۰/۰۳\cos(۱۰\pi\times\frac{۳}{۲۰})=۰/۰۳\times\cos(\frac{۳\pi}{۲})=۰$$

$$t=T=\frac{۱}{۵}\rightarrow x(\frac{۱}{۵})=۰/۰۳\cos(۱۰\pi\times\frac{۱}{۵})=۰/۰۳\times\cos(۲\pi)=۰/۰۳$$

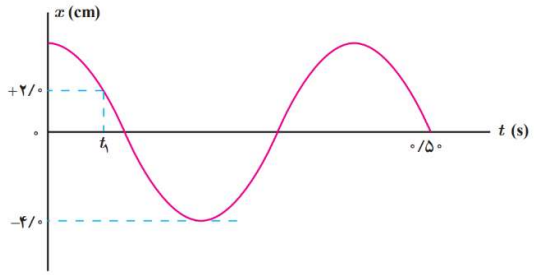


۵- نمودار مکان ـ زمان نوسانگری مطابق شکل زیر است:

الف) معادله‌ی حرکت این نوسانگر را بنویسید.

ب) مقدار t_1 را به‌دست آورید.

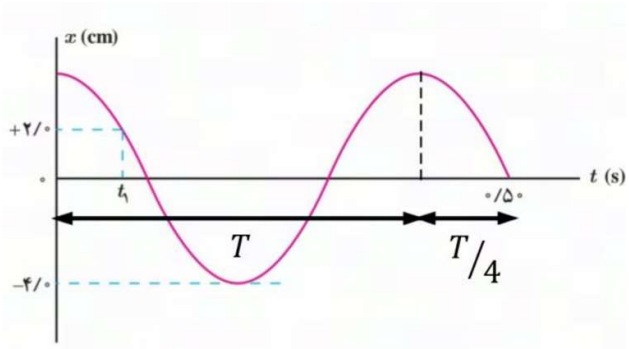
پ) اندازه‌ی شتاب نوسانگر را در لحظه‌ی t_1 محاسبه کنید.



الف) با توجه به نمودار داریم:

$$A = ۴cm = ۴\times ۱۰^{-۲}m$$

همچنین یک دوره‌ی تناوب کامل و $\frac{۱}{۴}$ یک دوره، ۰/۵ ثانیه طول کشیده است، یعنی:



$$T + \frac{T}{۴} = ۰/۵s \rightarrow \frac{۵}{۴}T = ۰/۵ \rightarrow T = ۰/۴s$$

و در نتیجه بسامد زاویه‌ای برابر است با:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۰/۴} = \frac{۲۰}{۴}\pi = ۵\pi \frac{rad}{s}$$

$$\xrightarrow{A=۰/۰۴,\omega=۵\pi} x(t) = ۰/۰۴\cos(۵\pi t)$$

ب) در لحظه‌ی t_1 مقدار x نوسانگر ۲ سانتی‌متر است. با جایگذاری در معادله‌ی حرکت به‌دست آمده در قسمت (الف) داریم:

$$x(t_1) = ۲cm \rightarrow ۲ = ۴\cos(۵\pi t_1)$$

$$\rightarrow \frac{۱}{۲} = \cos(۵\pi t_1) \rightarrow ۵\pi t_1 = \frac{\pi}{۳} \rightarrow t_1 = \frac{۱}{۱۵}s$$

$$F = ma, F = kx \rightarrow ma = kx \rightarrow a = \frac{k}{m}x \qquad (۱)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \omega^۲ = \frac{k}{m} \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} a = \omega^۲ x$$

$$\rightarrow a = (۵\pi)^۲ \times ۰/۰۲ = ۲۵ \times (۳/۱۴)^۲ \times ۰/۰۲ = ۴/۹ \frac{m}{s^۲}$$

۳-۳ انرژی در حرکت هماهنگ ساده ـ آونگ ساده

۶- دامنه‌ی نوسان وزنه‌ای که به یک فنر با ثابت فنر $۷۴\,N/m$ متصل است و در راستای افقی نوسان می‌کند، برابر با $۸/۰cm$ است. اگر انرژی پتانسیل این نوسانگر در نقطه‌ای از مسیر نوسان، $۸/۰\times۱۰^{-۲}\,J$ باشد، انرژی جنبشی آن در این مکان چقدر است؟ (از نیروهای اتلافی چشم‌پوشی شود.)

$$k = ۷۴\frac{N}{m}$$

$$A = ۸cm = ۸\times۱۰^{-۲}m$$

$$U = ۸\times۱۰^{-۲}J$$

طبق فرض سوال و با چشم‌پوشی از نیروهای اتلافی، انرژی مکانیکی پایسته است:

$$E = U + K \rightarrow K = E - U$$

$$E = \frac{۱}{۲}kA^{۲} = \frac{۱}{۲}\times۷۴\times(۸\times۱۰^{-۲})^{۲} = ۲۳۶۸\times۱۰^{-۴}J$$

$$\rightarrow K = ۲۳/۶۸\times۱۰^{-۲} - ۸\times۱۰^{-۲} = ۱۵/۶۸\times۱۰^{-۲}J$$

۷- جسمی به جرم $۱/۰kg$ به فنری افقی با ثابت $۶/۰\,N/cm$ متصل است. فنر به اندازه‌ی $۹/۰cm$ فشرده و سپس رها می‌شود و جسم روی سطح افقی شروع به نوسان می‌کند. با چشم‌پوشی از اصطکاک،

الف) دامنه‌ی نوسان و تندی بیشینه‌ی جسم چقدر است؟

ب) وقتی تندی جسم $۱/۶\,m/s$ است، انرژی پتانسیل کشسانی آن چقدر است؟

$$m = ۱kg$$

$$k = ۶\frac{N}{cm} = ۶۰۰\frac{N}{m}$$

الف) دامنه‌ی نوسان حداکثر فشردگی فنر است:

$$A = ۹cm = ۹\times۱۰^{-۲}m$$

با چشم‌پوشی از اصطکاک، انرژی مکانیکی پایسته است: $E = U + K$ ، از طرفی تندی بیشینه یعنی انرژی جنبشی بیشینه و زمانی انرژی جنبشی بیشترین مقدار خود را دارد که انرژی پتانسیل کشسانی صفر باشد:

$$U = ۰ \rightarrow E = K \rightarrow \frac{۱}{۲}kA^{۲} = \frac{۱}{۲}mv_{max}^{۲}$$

$$\rightarrow kA^{۲} = \frac{۱}{۲}mv_{max}^{۲} \rightarrow v_{max}^{۲} = \frac{k}{m}A^{۲} \rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{k}{m}}A$$

$$\rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{k}{m}}A \xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}} v_{max} = \omega A$$

با جایگذاری مقادیر داده شده داریم:

$$\rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{۶۰۰}{۱}}\times۹\times۱۰^{-۲} = ۱۰\sqrt{۶}\times۰/۰۹ = ۲/۱۹\frac{m}{s}$$

ب) $v = ۱/۶ \frac{m}{s}$؛ از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E = U + K \rightarrow U = E - K$$

حال باید مقادیر E و K را محاسبه کنیم:

$$v = ۱/۶ \frac{m}{s} \rightarrow K = \frac{۱}{۲} mv^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times (۱/۶)^۲ = ۱/۲۸ J$$

$$k = ۶۰۰ \frac{N}{m}, A = ۹ \times ۱۰^{-۲} m, E = \frac{۱}{۲} kA^۲$$

$$E = \frac{۱}{۲} \times ۶۰۰ \times (۹ \times ۱۰^{-۲})^۲ = ۲/۴۳ J$$

و در پایان داریم:

$$\rightarrow U = E - K = ۲/۴۳ - ۱/۲۸ = ۱/۱۵ J$$

۸- معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده‌ی یک نوسانگر در SI به صورت $x = (۰/۰۵m)\cos ۲۰\pi t$ است.

الف) در چه زمانی، پس از لحظه‌ی صفر، برای نخستین بار تندی نوسانگر به بیشترین مقدار خود می‌رسد؟

ب) در چه زمانی، پس از لحظه‌ی صفر، برای نخستین بار تندی نوسانگر به صفر می‌رسد؟

پ) تندی نوسانگر چقدر باشد تا انرژی جنبشی نوسانگر برابر با انرژی پتانسیل آن شود؟

الف) در حرکت هماهنگ ساده، تندی نوسانگر در نقطه‌ی تعادل بیشترین مقدار است و در این نقطه؛ $t = \frac{T}{۴}$ (نخستین بار) و در برگشت $t = \frac{۳T}{۴}$.

از معادله‌ی حرکت داریم:

$$x(t) = ۰/۰۵ \cos(۲۰\pi t) \rightarrow \omega = ۲۰\pi \frac{rad}{s}$$

با استفاده از رابطه‌ی (۳-۳) به‌دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \rightarrow T = \frac{۲\pi}{\omega} = \frac{۲\pi}{۲۰\pi} = ۰/۱ s$$

$$\rightarrow t = \frac{T}{۴} = \frac{۰/۱}{۴} = \frac{۱}{۴۰} = ۰/۰۲۵ s$$

ب) تندی نوسانگر در نقاط $x = \pm A$ صفر است و در این نقاط؛ $t = ۰$ (لحظه‌ی شروع حرکت یا لحظه‌ی صفر) و $t = \frac{T}{۲}$ (نخستین بار پس از لحظه‌ی صفر)

$$t = \frac{T}{۲} = \frac{۰/۱}{۲} = \frac{۱}{۲۰} = ۰/۰۵ s$$

پ)

$$K = U \rightarrow E = K + K = ۲K$$

$$E = ۲K \rightarrow \frac{۱}{۲} kA^۲ = ۲ \times \frac{۱}{۲} mv^۲ \rightarrow kA^۲ = ۲mv^۲ \rightarrow v^۲ = \frac{۱}{۲} \frac{k}{m} A^۲ \qquad (۱)$$

از رابطه‌ی (۳-۵) داریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \omega^۲ = \frac{k}{m} \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} v^۲ = \times\omega^۲A^۲ \rightarrow v = \sqrt{\frac{۱}{۲}\omega^۲A^۲} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}A\omega$$

از معادله‌ی حرکت داریم: $A = ۰/۰۵m, \omega = ۲۰\pi$

$$\rightarrow v = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times ۰/۰۵ \times ۲۰\pi = \frac{\sqrt{۲}}{۲}\pi\frac{m}{s}$$

۹- الف) ساعتی آونگ‌دار (با آونگ ساده) در تهران تنظیم شده است. اگر این ساعت به منطقه‌ای در استوا برده شود، عقب می‌افتد یا جلو، مقدار این عقب یا جلو افتادن در یک شبانه‌روز چقدر است؟

$(g_{\text{تهران}} = ۹/۸ m/s^۲ \text{ و } g_{\text{استوا}} = ۹/۷۸ m/s^۲)$

ب) به نظر شما آیا با افزایش دما، یک ساعت آونگ‌دار جلو می‌افتد یا عقب؟

الف) داریم: $T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$$T_{\text{استوا}} = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g_{\text{استوا}}}} \rightarrow \frac{T_{\text{استوا}}}{T_{\text{تهران}}} = \frac{۲\pi\sqrt{\frac{L}{g_{\text{استوا}}}}}{۲\pi\sqrt{\frac{L}{g_{\text{تهران}}}}} = \sqrt{\frac{g_{\text{تهران}}}{g_{\text{استوا}}}}$$

$$T_{\text{تهران}} = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g_{\text{تهران}}}}$$

$$\rightarrow \frac{T_{\text{استوا}}}{T_{\text{تهران}}} = \sqrt{\frac{۹/۸۰}{۹/۷۸}} = ۱/۰۰۱$$

$$\rightarrow \frac{T_{\text{استوا}}}{T_{\text{تهران}}} = ۱/۰۰۱ \rightarrow T_{\text{استوا}} = ۱/۰۰۱ \times T_{\text{تهران}} \rightarrow T_{\text{استوا}} > T_{\text{تهران}}$$

دوره‌ی تناوب آونگ در استوا بیشتر از دوره‌ی تناوب آن در تهران است. در نتیجه مدت زمانی که آونگ یک نوسان کامل را طی می‌کند بیشتر است و ساعت عقب می‌افتد.

ب) با افزایش دما طول آونگ افزایش می‌یابد:

$$\Delta L = \alpha L_۱ \Delta T \rightarrow L_۲ > L_۱ \xrightarrow{T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}} T_۲ > T_۱$$

با توجه به توضیحات آمده در قسمت (الف)، ساعت عقب می‌افتد.

۳-۴ تشدید

۱۰- هر فرد معمولاً با چرخشِ اندک بدنش به چپ و راست، راه می‌رود و بدین ترتیب نیروهای کوچکی به زمینِ زیر پایش وارد می‌کند. این نیروها با بسامدی در حدود ۰/۵Hz دارند. لرزش شدید پل هوایی میلینیوم[1] در آغاز هزاره‌ی جدید را به عبور منظم گروهی از افراد از این پل ربط داده‌اند. چگونه ممکن است نوسان‌های بدن این افراد موجب چنین لرزشی شده باشد؟

- پدیده‌ی تشدید با اعمال یک نیروی خارجی رخ می‌دهد. به شرط آنکه؛

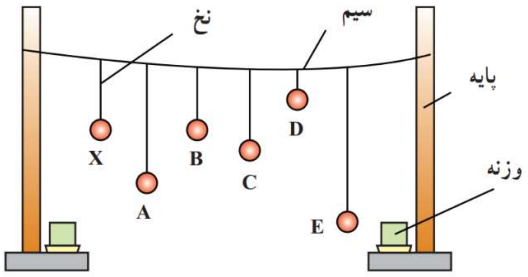
۱- نیرو به اندازه‌ی کافی قوی باشد.

۲- بسامد اعمال شده با بسامد طبیعی نوسانگر برابر باشد.

بنابراین اگر یک نفر به تنهایی روی پل حرکت کند، به دلیل کوچک بودن نیرو، با وجود برابر بودن بسامد حرکتش با بسامد طبیعی پل تشدید اتفاق نمی‌افتد. همچنین با حرکت نامنظم گروهی از افراد روی پل، به دلیل نابرابری بسامدها با وجود کافی بودن نیرو، باز هم تشدید اتفاق نمی‌افتد. در نهایت زمانی که گروهی از افراد به طور منظم روی پل حرکت کنند دو شرط بالا برقرار است و تشدید رخ می‌دهد.

۱۱- مطابق شکل چند آونگ را از سیمی آویخته‌ایم. توضیح دهید با به نوسان درآوردن آونگ X، آونگ‌های دیگر چگونه نوسان می‌کنند؟

با نوسان آونگ X نیرو از طریق سیم به سایر آونگ‌ها منتقل شده و آن‌ها نیز شروع به نوسان می‌کنند اما از آنجایی که طول نخ آونگ B با آونگ X برابر است، دوره‌ی تناوب و بسامدشان نیز یکی بوده؛ و در نتیجه برای آونگ B تشدید رخ می‌دهد.



۳-۵ و ۳-۶ موج و انواع آن، و مشخصه‌های موج

۱۲- یک نوسان‌ساز موج‌هایی دوره‌ای در یک ریسمان کشیده ایجاد می‌کند.

الف) با افزایش بسامد نوسان‌ساز کدام‌یک از کمیت‌های زیر تغییر نمی‌کند؟ بسامد موج، تندی موج، طول‌موجِ موج.

ب) حال اگر به جای افزایش بسامد، کشش ریسمان را افزایش دهیم، هر یک از کمیت‌های زیر چه تغییری می‌کند؟ بسامد موج، تندی موج، طول‌موجِ موج.

الف) ۱- بسامد نوسان از ویژگی‌های نوسان‌ساز است و با افزایش بسامد نوسان‌ساز، بسامد موج منتشر شده نیز افزایش می‌یابد.

۲- تندی موج ثابت است زیرا به چشمه‌ی موج وابسته نیست و به محیطی که موج در آن منتشر می‌شود، بستگی دارد.

۳- طبق رابطه‌ی $\lambda = \frac{v}{f}$، با افزایش بسامد و ثابت ماندن تندی موج، طول موج کاهش می‌یابد.

ب) ۱- در قسمت (الف) گفتیم بسامد نوسان از ویژگی‌های نوسان‌ساز است و افزایش یا کاهش کشش نخ، تغییری در آن ایجاد نمی‌کند.

۲- طبق رابطه‌ی $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$، با افزایش کشش ریسمان (F)، تندی موج افزایش می‌یابد.

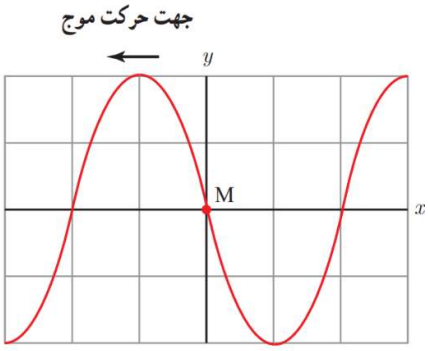
۳- با افزایش تندی موج و ثابت ماندن بسامد طبق رابطه‌ی $\lambda = \frac{v}{f}$، طول موج افزایش می‌یابد.

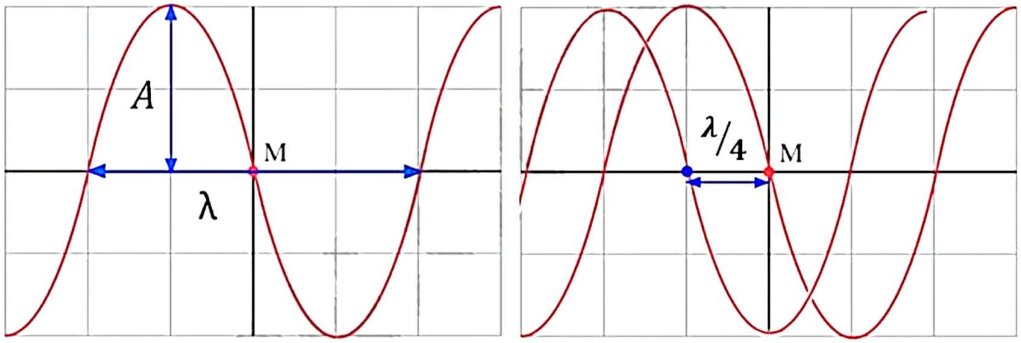
۱۳- شکل زیر یک تصویر لحظه‌ای از موجی عرضی در یک ریسمان کشیده شده را نشان می‌دهد. موج به سمت چپ حرکت می‌کند.

الف) با رسم این موج در زمان $T/4$ بعد، نشان دهید جزء M ریسمان در این مدت در چه جهتی حرکت کرده است. همچنین روی این موج، دامنه‌ی موج و طول‌موج را نشان دهید.

ب) اگر طول‌موج $5/0\,cm$ و تندی موج $10\,cm/s$ باشد، بسامد موج را به‌دست آورید.

پ) تعیین کنید موج در مدت $T/4$ چه مسافتی را پیموده است؟





$$\lambda = 5cm \ , \ v = 10\frac{cm}{s}$$

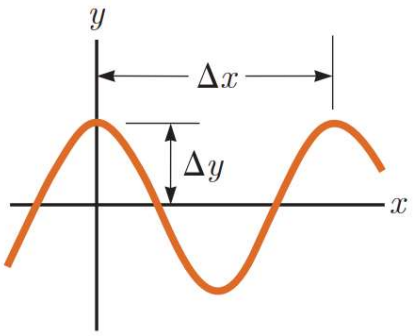
$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{10\frac{cm}{s}}{5cm} = 2Hz$$

دقت کنید در رابطه‌ی بالا هر دو واحد سانتی‌متر از صورت و مخرج ساده می‌شوند. (به همین دلیل است که آن‌ها را به متر تبدیل نمی‌کنیم.)

پ) در این مدت موج به اندازه‌ی یک چهارم طول موجش ($\frac{\lambda}{4}$) حرکت کرده است:

$$\frac{\lambda}{4} = \frac{5cm}{4} = 1/25cm$$

۱۴- در نمودار جابه‌جایی ـــ مکانِ موجِ عرضیِ شکل زیر $\Delta x = ۴۰/۰cm$ و $\Delta y = ۱۵/۰cm$ است. اگر بسامد نوسان‌های چشمه $۸/۰۰Hz$ باشد، طول‌موج، دامنه، تندی و دوره‌ی تناوب موج چقدر است؟



$f = ۸Hz$
$\Delta x = ۴۰cm$
$\Delta y = ۱۵cm$

با توجه به شکل در مورد طول موج و دامنه می‌توان نتیجه گرفت:

$\lambda = \Delta x = ۴۰cm$
$A = \Delta y = ۱۵cm$

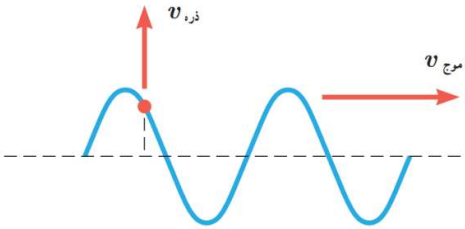
از رابطه‌ی (۳-۹) برای تندی و دوره‌ی تناوب داریم:

$$v = \lambda f = ۴۰\times۱۰^{-۲}\times ۸ = ۳/۲\frac{m}{s}$$

دقت کنید طول موج برحسب سانتی‌متر است، آن را به متر تبدیل کرده و سپس در رابطه جایگذاری می‌کنیم.

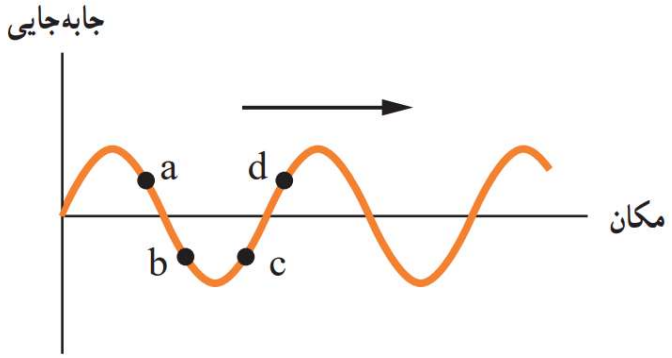
$$v = \frac{\lambda}{T} \rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{۰/۴}{۳/۲} = ۰/۱۲۵s$$

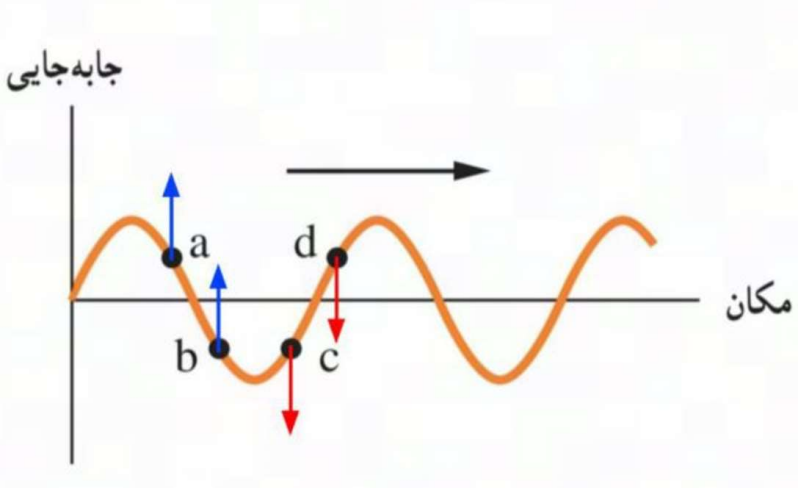
۱۵- شکل زیر موجی عرضی در یک ریسمان را نشان می‌دهد که با تندی $v_{موج}$ به سمت راست حرکت می‌کند، در حالی که تندیِ ذره‌ی نشان داده شده‌ی ریسمان $v_{ذره}$ است. آیا این دو تندی با هم برابرند؟



v، تندی ارتعاشات ذرات تشکیل دهنده‌ی ریسمان است در حالی که v، به تندی انتشار ارتعاشات در طول ریسمان گفته می‌شود. v به جنس و ویژگی‌های ریسمان وابسته است و همواره مقدار ثابتی است اما v در هر بخش از ریسمان دارای مقدار متفاوتی است.

۱۶- شکل زیر یک موج سینوسی را در لحظه‌ای از زمان نشان می‌دهد که در جهت محور x در طول ریسمان کشیده شده‌ای حرکت می‌کند. چهار جزء از این ریسمان روی شکل نشان داده شده‌اند. در این لحظه هر یک از این چهار جزء بالا می‌روند یا پایین؟





با توجه به جهت انتشار موج دو جزء a و b بالا می‌روند و دو جزء c و d پایین می‌آیند.

نکته‌ی مهم: جهت ارتعاش هر جزء از ریسمان با توجه به جهت انتشار موج، همانند نقاط ماقبل آن است.

چون موج به سمت راست انتشار می‌یابد، نقطه‌ی ماقبل a و b قله‌ی موج است و بنابراین این دو نقطه به سمت بالا نوسان می‌کنند ولی نقطه‌ی ماقبل c و d ذره‌ی موج است و نوسان این دو نقطه به سمت پایین است.

۱۷- سیمی با چگالی $۷/۸۰\,g/cm^۳$ و سطح مقطع $۰/۵۰\,mm^۲$ بین دو نقطه با نیروی $۱۵۶N$ کشیده شده است. تندی انتشار موج عرضی را در این سیم محاسبه کنید.

$$\rho = ۷/۸\frac{g}{cm^۳} \quad , \quad A = ۰/۵mm^۲ \quad , \quad F = ۱۵۶N$$

تندی انتشار موج عرضی از رابطه‌ی $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ به‌دست می‌آید که در آن μ چگالی خطی جرم است. بنابراین باید چگالی حجمی ρ را در مساحت A ضرب کنیم تا چگالی خطی به‌دست آید. ابتدا واحدها را برحسب SI می‌نویسیم:

$$A = ۰/۵mm^۲ = ۰/۵\times(۱۰^{-۳})^۲ = ۰/۵\times۱۰^{-۶}m^۲$$

$$\rho = ۷/۸\frac{g}{cm^۳} = ۷/۸\frac{g}{cm^۳}\times\frac{۱kg}{۱۰^۳g}\times\frac{۱۰^۶cm^۳}{۱m^۳} = ۷۸۰۰\frac{kg}{m^۳}$$

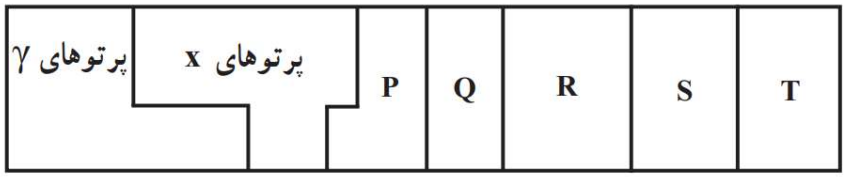
و سپس:

$$\mu = \rho A = ۷۸۰۰\frac{kg}{m^۳}\times ۰/۵\times۱۰^{-۶}m^۲ = ۳۹\times۱۰^{-۴}\frac{kg}{m}$$

و در نهایت:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{۱۵۶}{۳۹\times۱۰^{-۴}}} = \sqrt{۴\times۱۰^۴} = ۲\times۱۰^۲ = ۲۰۰\frac{m}{s}$$

۱۸- شکل زیر طیف موج‌های الکترومغناطیسی را به طور تقریبی نشان می‌دهد.



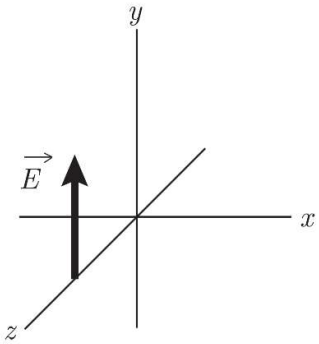
الف) نام قسمت‌هایی از طیف را که با حروف علامت‌گذاری شده‌اند، بنویسید.

ب) اگر در طول طیف از چپ به راست حرکت کنیم، مقدار کدام مشخصه‌های موج افزایش یا کاهش می‌یابد و کدام ثابت می‌ماند؟

پرتوهای	پرتوهای	فرابنفش	نور مرئی	فروسرخ	رادیویی
γ	X	P	Q	R	S

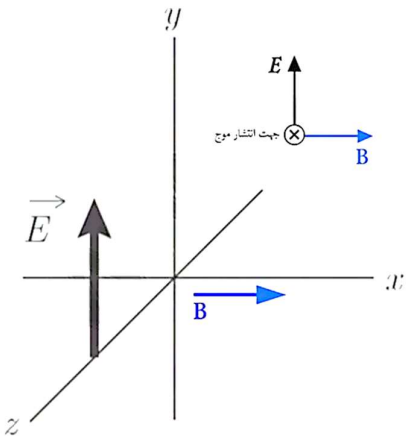
ب) طول موج افزایش و بسامد کاهش می‌یابد و سرعت انتشار موج ثابت می‌ماند.

۱۹- شکل زیر میدان الکتریکی یک موج الکترومغناطیسی سینوسی را در نقطه‌ای معین و دور از چشمه، در یک لحظه نشان می‌دهد. موج انرژی را در خلاف جهت محور z انتقال می‌دهد. جهت میدان مغناطیسی موج را در این نقطه و این لحظه تعیین کنید.



با توجه به شکل و با استفاده از قاعده‌ی دست راست، جهت میدان مغناطیسی به سمت شرق (در جهت مثبت محور x) خواهد بود.

قاعده‌ی دست راست: چهار انگشت در جهت میدان الکتریکی، چرخش انگشتان در جهت میدان مغناطیسی و انگشت شست جهت انتشار موج را نشان می‌دهد.



۲۰- الف) طول‌موج نور نارنجی در هوا حدود $۶/۲۰\times۱۰^{-۷}\,m$ است، بسامد این نور چند هرتز است؟

ب) بسامد نور قرمز در حدود $۴/۳۰\times۱۰^{۱۴}\,Hz$ است. طول‌موج این نور را در هوا و آب حساب کنید. (سرعت نور را در هوا $۳/۰\times۱۰^{۸}\,m/s$ و در آب $۲/۲۵\times۱۰^{۸}\,m/s$ فرض کنید.)

الف) برای بسامد داریم: $f=\frac{c}{\lambda}$ که در آن به جای v، سرعت نور (c) را قرار می‌دهیم:

$$c=۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}$$

$$\lambda=۶/۲\times۱۰^{-۷}\,m$$

$$f=\frac{c}{\lambda}=\frac{۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}}{۶/۲\times۱۰^{-۷}\,m}=۰/۴۸\times۱۰^{۱۵}\frac{۱}{s}=۴/۸\times۱۰^{۱۴}\,Hz$$

ب) نور قرمز:

$$f=۴/۳\times۱۰^{۱۴}\,Hz$$

$$v_{\text{هوا}}=c=۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}\ ,\ v_{\text{آب}}=۲/۲۵\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}$$

$$\lambda_{\text{هوا}}=\frac{v_{\text{هوا}}}{f}=\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۴/۳\times۱۰^{۱۴}}=۰/۶۹\times۱۰^{-۶}=۶/۹\times۱۰^{-۷}\,m$$

$$\lambda_{\text{آب}}=\frac{v_{\text{آب}}}{f}=\frac{۲/۲۵\times۱۰^{۸}}{۴/۳\times۱۰^{۱۴}}=۰/۵۲\times۱۰^{-۶}=۵/۲\times۱۰^{-۷}\,m$$

۲۱- چشمه‌ی موجی با بسامد $۱۰\,Hz$ در یک محیط که تندی انتشار موج در آن $۱۰۰\,m/s$ است، نوسان‌هایی طولی ایجاد می‌کند. اگر دامنه‌ی نوسان‌ها $۴/۰\,cm$ باشد،

الف) فاصله‌ی بین دو تراکم متوالی این موج چقدر است؟

ب) فاصله‌ی بین یک تراکم و یک انبساط متوالی چقدر است؟

الف) فاصله‌ی بین دو تراکم متوالی λ است:

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{۱۰۰}{۱۰}=۱۰\,m$$

ب) فاصله‌ی بین یک تراکم و یک انبساط متوالی $\frac{\lambda}{۲}$ است:

$$\frac{\lambda}{۲}=\frac{۱۰}{۲}=۵\,m$$

۲۲- عقرب‌های ماسه‌ای وجود طعمه را با امواجی که بر اثر حرکت طعمه در ساحل شنی ایجاد می‌شود، احساس می‌کنند. این امواج که در سطح ماسه منتشر می‌شوند، بر دو نوع‌اند: امواج عرضی با تندی $v_T = ۵۰ m/s$ و امواج طولی با تندی $v_L = ۱۵۰ m/s$. عقرب ماسه‌ای می‌تواند با استفاده از اختلاف زمانی بین رسیدن این امواج به نزدیک‌ترین پای خود، فاصله‌ی خود از طعمه را تعیین کند. اگر این اختلاف زمان برابر $\Delta t = ۴/۰ ms$ باشد، طعمه در چه فاصله‌ای از عقرب قرار دارد؟

$$v_L = ۱۵۰ \frac{m}{s} \qquad t$$

$$v_T = ۵۰ \frac{m}{s} \qquad t + ۴$$

$$x_L = x_T \rightarrow v_L t = v_T (t + /۰۰۴)$$
$$\rightarrow ۱۵۰t = ۵۰(t + /۰۰۴)$$
$$\rightarrow ۱۵۰t = ۵۰t + ۰/۲$$
$$\rightarrow ۱۵۰t - ۵۰t = ۰/۲$$
$$\rightarrow ۱۰۰t = ۰/۲ \rightarrow t = \frac{۰/۲}{۱۰۰} = ۲ ms$$

با داشتن زمان، مسافت را به‌دست می‌آوریم:

$$x_L = v_L t = ۱۵۰ \times ۰/۰۰۲ = ۰/۳ m = ۳۰ cm$$

۲۳- توضیح دهید کدام‌یک از عامل‌های زیر بر تندی صوت در هوا مؤثر است.

الف) شکل موج **ب) دامنه‌ی موج**

پ) بسامد موج **ت) دمای هوا**

گزینه‌ی (ت) دمای هوا

تندی انتشار موج در یک محیط به جنس و ویژگی‌های محیط انتشار بستگی دارد و مستقل از ویژگی‌های چشمه‌ی موج است.

۲۴- در سونوگرافی معمولاً از کاوه‌ای[۲] دستی موسوم به تراگذار فراصوتی[۳] برای تشخیص پزشکی استفاده می‌شود که دقیقاً روی ناحیه‌ی موردنظر از بدن بیمار گذاشته و حرکت داده می‌شود. این کاوه در بسامد $۶/۷ MHz$ عمل می‌کند.

الف) بسامد زاویه‌ای در این کاوه‌ی نوسان چقدر است؟

ب) اگر تندی موج صوتی در بافتی نرم از بدن $۱۵۰۰ m/s$ باشد، طول‌موج این موج در این بافت چقدر است؟

$$f = ۶/۷ MHz = ۶/۷ \times ۱۰^۶ Hz$$

الف)

$$\omega = ۲\pi f = ۲ \times ۳/۱۴ \times ۶/۷ \times ۱۰^۶ = ۴۲/۰۷۶ \times ۱۰^۶ \approx ۴/۲ \times ۱۰^۷ \frac{rad}{s}$$

---

[۲] probe

[۳] Ultrasonic Transducer

ب) داریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{۱۵۰۰\frac{m}{s}}{۶/۷\times۱۰^{۶}\frac{۱}{s}} = ۲/۲۳\times۱۰^{-۴}m$$

۲۵- تندی صوت در یک فلز خاص، برابر $v_{فلز}$ است. به یک سر لوله‌ی توخالی بلندی از جنس این فلز به طول L ضربه‌ی محکمی می‌زنیم. شنونده‌ای که در سر دیگر این لوله قرار دارد دو صدا را می‌شنود. یکی ناشی از موجی است که از دیواره‌ی لوله می‌گذرد و دیگری از موجی است که از طریق هوای داخل لوله عبور می‌کند.

الف) اگر تندی صوت در هوا $v_{هوا}$ باشد، بازه‌ی زمانی Δt بین دریافت این دو صدا در گوش شنونده چقدر خواهد بود؟

ب) اگر $\Delta t = ۱/۰۰s$ و فلز از جنس فولاد باشد، طول L لوله چقدر است؟ ($v_{هوا} = ۳۴۰m/s$)

الف) موجی که از دیواره‌ی لوله می‌گذرد و موجی که از طریق هوای داخل لوله عبور می‌کند، هر دو مسافت یکسان L را طی می‌کنند.

با استفاده از رابطه‌ی $x = vt$ و چون

$$v_{فلز} > v_{هوا} \rightarrow t_{فلز} < t_{هوا} \rightarrow \Delta t = t_{هوا} - t_{فلز}$$

$$t_{فلز} = \frac{L}{v_{فلز}}$$
$$t_{هوا} = \frac{L}{v_{هوا}}$$
$$\rightarrow \Delta t = \frac{L}{v_{هوا}} - \frac{L}{v_{فلز}}$$

ب)

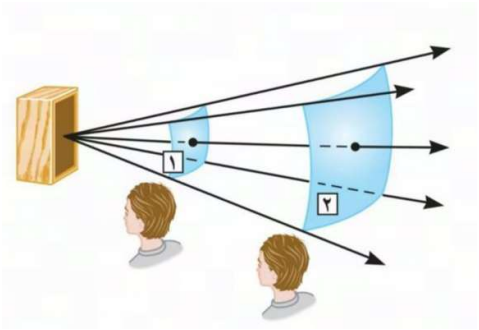
$$\Delta t = ۱s \quad , \quad v_{هوا} = ۳۴۰\frac{m}{s}$$

از جدول (۳-۱) داریم: $v_{فلز} = ۵۹۴۱\frac{m}{s}$

و نیز در قسمت (الف) به‌دست آوردیم:

$$\Delta t = \frac{L}{v_{هوا}} - \frac{L}{v_{فلز}} = L(\frac{۱}{v_{هوا}} - \frac{۱}{v_{فلز}})$$
$$\rightarrow ۱ = L(\frac{۱}{۳۴۰} - \frac{۱}{۵۹۴۱}) = L(\frac{۵۹۴۱-۳۴۰}{۵۹۴۱\times۳۴۰})$$
$$\rightarrow L = \frac{۵۹۴۱-۳۴۰}{۵۹۴۱\times۳۴۰} = \frac{۲۰۱۹۹۴۰}{۵۶۰۱} \rightarrow L = ۳۶۰/۶m$$

۲۶- موجی صوتی با توان $۱/۲\times۱۰^{-۴}\,W$ از دو صفحه‌ی فرضی شکل ۳-۲۶ می‌گذرد. با فرض اینکه مساحت صفحه‌ها به ترتیب $A_۱=۴/۰m^۲$ و $A_۲=۱۲m^۲$ باشد، شدت صوت در دو سطح را تعیین کنید و توضیح دهید چرا شنونده در محل صفحه‌ی دوم، صدا را آهسته‌تر می‌شنود.



$$P_{av}=۱/۲\times۱۰^{-۴}\,W$$
$$A_۱=۴m^۲$$
$$A_۱=۱۲m^۲$$
$$I=\frac{P_{av}}{A}$$
$$\rightarrow I_۱=\frac{P_{av}}{A_۱}=\frac{۱/۲\times۱۰^{-۴}}{۴}=۳\times۱۰^{-۵}\,\frac{W}{m^۲}$$
$$\rightarrow I_۲=\frac{P_{av}}{A_۲}=\frac{۱/۲\times۱۰^{-۴}}{۱۲}=۱۰^{-۵}\,\frac{W}{m^۲}$$

با افزایش فاصله شدت صوت و در نتیجه صدایی که می‌شنویم کمتر می‌شود.

۲۷- شدت صدای حاصل از یک مته‌ی سنگ‌شکن در فاصله‌ی $۱۰/۰m$ از آن $۱/۰\times۱۰^{-۲}\,W/m^۲$ است. تراز شدت صوتی آن برحسب dB چقدر می‌شود؟

$$I=۱۰^{-۲}\,\frac{W}{m^۲}$$
$$I_۰=۱۰^{-۱۲}\,\frac{W}{m^۲}$$
$$\beta=(۱۰dB)\log\left(\frac{I}{I_۰}\right)$$
$$\rightarrow\beta=۱۰\log\left(\frac{۱۰^{-۲}}{۱۰^{-۱۲}}\right)=۱۰\log\left(\frac{۱}{۱۰^{-۱۰}}\right)=۱۰\log(۱۰^{۱۰})$$

می‌دانیم:

$$\log a^n=n\log a\rightarrow\log(۱۰^{۱۰})=۱۰\log۱۰,\log۱۰=۱$$
$$\rightarrow\beta=۱۰\times۱۰=۱۰۰$$

۲۸- اگر به مدت ۱۰ دقیقه در معرض صوتی با تراز شدت ۱۲۰dB باشیم، آستانه‌ی شنوایی به طور موقت از ۰dB به ۲۸dB افزایش می‌یابد. مطالعات نشان داده است که به طور متوسط اگر به مدت ۱۰ سال در معرض صدایی با تراز شدت ۹۲dB قرار گیریم، آستانه‌ی شنوایی به طور دائم به ۲۸dB افزایش می‌یابد. شدت‌های صوت مربوط به ۲۸dB و ۹۲dB چقدر است؟ (راهنمایی: برای پاسخ دادن لازم است از ماشین حساب مناسب استفاده کنید.)

از رابطه‌ی (۳-۱۲) استفاده می‌کنیم:

$$\beta = (10\,dB)\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$\beta_1 = 28\,dB$$

$$\rightarrow 28\,dB = (10\,dB)\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \rightarrow 28 = 10\log\left(\frac{I_1}{10^{-12}}\right)$$

$$\rightarrow 2/8 = \log\left(\frac{I_1}{10^{-12}}\right) \rightarrow 10^{2/8} = \frac{I_1}{10^{-12}}$$

$$\rightarrow I_1 = 10^{2/8}\times 10^{-12} = 10^{-9/2}$$

عدد $-9/2$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$-9/2 = -10 + 0/8$$

$$\rightarrow I_1 = 10^{-9/2} = 10^{-10}\times 10^{0/8}$$

و چون:

$$10^{0/8} = 10^{\frac{8}{10}} = 10^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{10^4} = 6/31$$

$$\rightarrow I_1 = 10^{-10}\times 6/31 = 6/31\times 10^{-10}\,\frac{W}{m^2}$$

$$\beta_2 = 92\,dB$$

$$\rightarrow 92\,dB = (10\,dB)\log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) \rightarrow 92 = 10\log\left(\frac{I_2}{10^{-12}}\right)$$

$$\rightarrow 9/2 = \log\left(\frac{I_2}{10^{-12}}\right) \rightarrow 10^{9/2} = \frac{I_2}{10^{-12}}$$

$$\rightarrow I_2 = 10^{9/2}\times 10^{-12} = 10^{-2/8}$$

عدد $-2/8$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$-2/8 = -3 + 0/2$$

$$\rightarrow I_2 = 10^{-2/8} = 10^{-3}\times 10^{0/2}$$

و در نتیجه:

$$10^{0/2} = 10^{\frac{2}{10}} = 10^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{10} = 1/58$$

$$\rightarrow I_2 = 10^{-3}\times 1/58 = 1/58\times 10^{-3}\,\frac{W}{m^2}$$

۲۹- یک دستگاه صوتی، صدایی با تراز شدت $\beta_1 = 90/0\,dB$ و دستگاه صوتی دیگر، صدایی با تراز شدت $\beta_2 = 95/0\,dB$ ایجاد می‌کند. شدت‌های مربوط به این دو تراز (برحسب W/m^2) به ترتیب I_1 و I_2 هستند. نسبت I_2/I_1 را تعیین کنید.

$$\beta_1 = 90dB, \beta_2 = 95dB$$

از رابطه‌ی (۳-۱۲) استفاده می‌کنیم: $\beta = (10dB)\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$

$$\beta_1 = (10dB)\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \rightarrow 90 = 10\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \rightarrow 9 = \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \qquad (1)$$

$$\beta_2 = (10dB)\log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) \rightarrow 95 = 10\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \rightarrow 9/5 = \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) \qquad (2)$$

رابطه‌های (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم:

$$\log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) - \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 9/5 - 9$$

می‌دانیم: $\log\frac{a}{b} = \log a - \log b$

$$\rightarrow \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 0/5 \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{0/5} = \sqrt{10} = 3/16$$

۳۰- در یک آتش‌بازی، موشکی در بالای آسمان منفجر می‌شود. فرض کنید صوت به‌طور یکنواخت در تمام جهت‌ها منتشر شود. از جذب انرژی صوتی در محیط و نیز از بازتابی که ممکن است امواج صوتی در محیط و نیز از بازتابی که ممکن است امواج صوتی از زمین پیدا کند، چشم‌پوشی کنید. با فرض اینکه صوت با شدت $I = 0/1\,W/m^2$ به شنونده‌ای برسد که به فاصله‌ی $r_1 = 640m$ از محل انفجار قرار دارد، این صوت به شنونده‌ای که در فاصله‌ی $r_2 = 160m$ از محل انفجار قرار دارد با چه شدتی می‌رسد؟

$$I_1 = 0/1\frac{W}{m^2}, r_1 = 640m, r_2 = 160m$$

$$I = \frac{P_{av}}{A} \rightarrow P_{av} = IA$$

توان متوسط موشک ثابت است. بنابراین:

$$P_{av} = \text{ثابت} \rightarrow I_1A_1 = I_2A_2$$

$$A = 4\pi r^2 \rightarrow I_1 \times 4\pi r_1^2 = I_2 \times 4\pi r_2^2 \rightarrow I_1r_1^2 = I_2r_2^2$$

$$\rightarrow I_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2}I_1 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 I_1$$

$$\rightarrow I_{۲}=\left(\frac{۶۴۰}{۱۶۰}\right)^{۲}\times ۰/۱=۴^{۲}\times ۰/۱=۱/۶$$

۳۱- نمودار جابه‌جایی ـ مکان دو موج صوتی A و B که در یک محیط منتشر شده‌اند، به صورت زیر است. دامنه، طول‌موج، بسامد و شدت این دو موج صوتی را با هم مقایسه کنید.

با توجه به شکل درباره‌ی دامنه و طول موج می‌توان گفت:

$$A_A=۲A_B$$

$$\lambda_A=\frac{۱}{۲}\lambda_B$$

دامنه؛ فاصله روی محور عمودی و طول موج؛ فاصله روی محور افقی است.

بسامد: (f)

$v=\lambda f$ و چون سرعت انتشار موج در یک محیط ثابت است:

$$v=\text{ثابت}\quad\rightarrow\lambda_A f_A=\lambda_B f_B\rightarrow\frac{f_A}{f_B}=\frac{\lambda_B}{\lambda_A}$$

$$\lambda_A=\frac{۱}{۲}\lambda_B\rightarrow\frac{\lambda_B}{\lambda_B}=۲\rightarrow\frac{f_A}{f_B}=۲$$

شدت: $(I=\frac{P_{av}}{A})$

می‌دانیم توان برابر است با انرژی در واحد زمان: $P_{av}=Et$ و نیز از رابطه‌ی (۳-۷) داریم: $E=۲\pi^{۲}mf^{۲}A^{۲}$

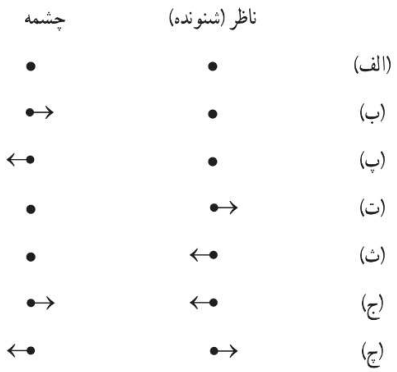
$$\rightarrow P_{av}=۲\pi^{۲}mf^{۲}A^{۲}t\rightarrow I=\frac{۲\pi^{۲}mf^{۲}A^{۲}t}{A}$$

مساحت (A)، زمان (t) و جرم (m) ثابت هستند. بنابراین:

$$\rightarrow\frac{I_A}{I_B}=\frac{f_A^{۲}}{f_B^{۲}}\times\frac{A_A^{۲}}{A_B^{۲}}=(\frac{f_A}{f_B})^{۲}\times(\frac{A_A}{A_B})^{۲}$$

$$\xrightarrow{\frac{A_A}{A_B}=۲,\frac{f_A}{f_B}=۲}\frac{I_A}{I_B}=(۲)^{۲}\times(۲)^{۲}=۱۶$$

۳۲- شکل زیر جهت‌های حرکت یک چشمه‌ی صوتی و یک ناظر (شنونده) را در وضعیت‌های مختلف نشان می‌دهد.



بسامدی را که ناظر در حالت‌های مختلف می‌شنود با حالت الف مقایسه کنید.

ب) چون چشمه به ناظر نزدیک می‌شود، بسامد افزایش می‌یابد.

$$f_{ب} > f_{الف}$$

پ) با دور شدن چشمه از ناظر، بسامد کاهش می‌یابد.

$$f_{پ} < f_{الف}$$

ت) با دور شدن ناظر از چشمه، بسامد کاهش می‌یابد.

$$f_{ت} < f_{الف}$$

ث) با نزدیک شدن ناظر به چشمه، بسامد افزایش می‌یابد.

$$f_{ث} > f_{الف}$$

ج) چشمه و ناظر به هم نزدیک می‌شوند و بنابراین بسامد افزایش می‌یابد.

$$f_{ج} > f_{الف}$$

چ) چشمه و ناظر از هم دور می‌شوند و بنابراین بسامد کاهش می‌یابد.

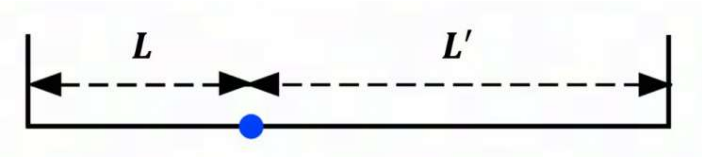
$$f_{چ} < f_{الف}$$

۳-۷ بازتاب موج

۳۳- دانش‌آموزی بین دو صخره‌ی قائم ایستاده است و فاصله‌ی او از صخره‌ی نزدیک‌تر ۲۴۰m است. دانش‌آموز فریاد می‌زند و اولین پژواک صدای خود را پس از ۱/۵۰s و صدای پژواک دوم را ۱/۰۰s بعد از پژواک اول می‌شنود.

الف) تندی صوت در هوا چقدر است؟

ب) فاصله‌ی بین دو صخره را بیابید.



$$L = ۲۴۰m$$
$$t = ۱/۵s$$

الف) زمان رفت و برگشت صوت بین دانش‌آموز و صخره‌ی نزدیک‌تر ۱/۵ ثانیه است. بنابراین با استفاده از رابطه‌ی $x = vt$ داریم:

$$x = vt \rightarrow ۲L = vt$$
$$\rightarrow ۲\times ۲۴۰ = v\times ۱/۵$$
$$\rightarrow ۴۸۰ = v\times ۱/۵ \rightarrow v = \frac{۴۸۰}{۱/۵} = ۳۲۰\frac{m}{s}$$

ب) زمان رفت و برگشت صوت بین دانش‌آموز و صخره‌ی دورتر برابر است با:

$$t = ۱/۵ + ۱ = ۲/۵s$$

همچنین در قسمت قبل به‌دست آوردیم: $v = ۳۲۰\frac{m}{s}$

$$x = vt \rightarrow ۲L' = ۳۲۰\times ۲/۵ \rightarrow ۲L' = ۸۰۰$$
$$\rightarrow L' = ۴۰۰m$$

بنابراین فاصله‌ی بین دو صخره برابر است با:

$$X = ۲۴۰ + ۴۰۰ = ۶۴۰$$

۳۴- اگر در فاصله‌ی مناسبی از یک رشته پلکان بلند بایستید و یک بار کف بزنید، پژواکی بیشتر از یک صدای برهم زدن دست می‌شنوید. نمونه‌ی جالبی از این پدیده در برابر رشته پله‌های معبد قدیمی کوکولکان در مکزیک رخ می‌دهد. این معبد از ۹۲ پله‌ی سنگی تشکیل شده است. در مورد چنین پژواکی توضیح دهید.

اگر در فاصله‌ی مناسبی از رشته پلکان بایستیم، می‌توانیم مسیر تپ‌های متوالی را مانند شکل تقریباً موازی در نظر بگیریم.

منظور از فاصله‌ی مناسب یعنی خیلی نزدیک به پلکان نباشیم.

چون تعداد پله‌های معبد ۹۲تاست، ۹۲ پژواک می‌شنویم و از آنجایی که هر کدام مسافت‌های متفاوتی را طی می‌کنند بسامد حاصل از پژواک آن‌ها نیز متفاوت خواهد بود.

می‌دانیم بسامد عکس زمان است:

$$f = \frac{1}{t}$$

$$x = vt \rightarrow t = \frac{x}{v} \rightarrow f = \frac{v}{x}$$

نتیجه اینکه بسامد، متناسب با عکس مسافت است. به عبارت دیگر با افزایش فاصله بسامد کاهش می‌یابد:

$$\rightarrow f_1 = \frac{v}{x_1} = \frac{v}{X}$$

$$\rightarrow f_2 = \frac{v}{x_2} = \frac{v}{X+y}$$

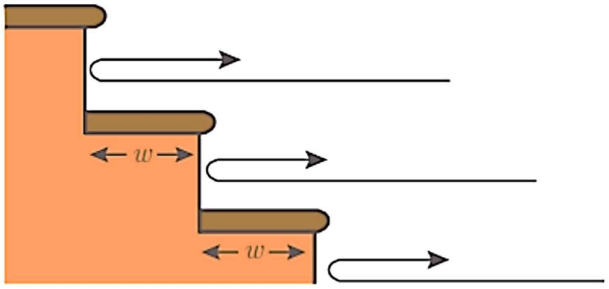
$$\rightarrow f_3 = \frac{v}{x_3} = \frac{v}{X+2y}$$

.

.

.

$$\rightarrow f_{92} = \frac{v}{x_{92}} = \frac{v}{X+91y}$$



بنابراین بسامد ثابتی را نمی‌شنویم بلکه گستره‌ای از بسامدها را درک می‌کنیم که به تدریج کم می‌شوند. به طوری که بسامد دریافتی از پله‌های پایینی بیشتر از پله‌های بالایی است.

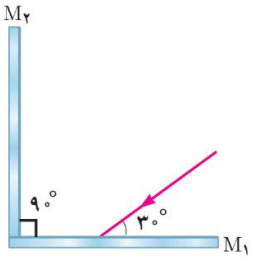
۳۵- وقتی یک باریکه‌ی لیزر را به دیوار کلاس می‌تابانیم، همه‌ی دانش‌آموزان نقطه‌ی رنگی ایجاد شده روی دیوار را می‌بینند. دلیل آن چیست؟

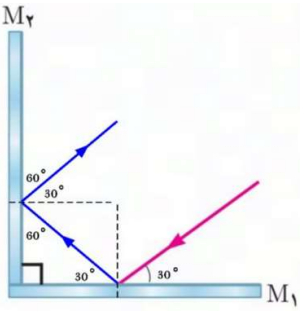
زیرا باریکه‌ی لیزر به سطحی برخورد می‌کند که شفاف نیست و نور را به صورت نامنظم و در همه‌ی جهات بازتاب می‌کند.

در نتیجه همه‌ی دانش‌آموزان می‌توانند نقطه‌ی رنگی روی دیوار را ببینند.

در اصل این موضوع ناشی از بازتاب پخشنده است.

۳۶- در شکل زیر پرتوهای بازتابیده از آینه‌های تخت M_1 و M_2 را رسم کنید.

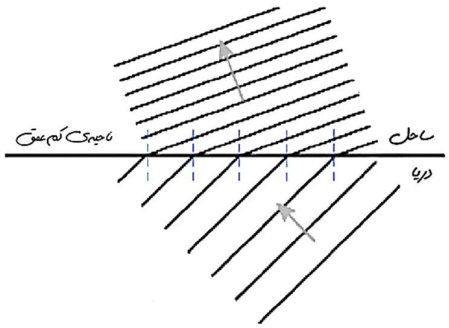




۳-۸ شکست موج

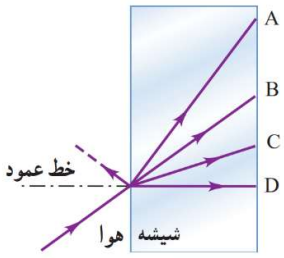
۳۷- با رسم شکلی از جبهه‌های موج توضیح دهید چگونه جهت انتشار جبهه‌های موج با رسیدن به یک ساحل شیب‌دار، تغییر می‌کند.

با نزدیک شدن امواج به ساحل شیب‌دار عمق آب کم شده و در نتیجه تندی امواج کاهش می‌یابد و جهت انتشار آن‌ها تغییر می‌کند.



طبق متن کتاب درسی؛ بخشی از جبهه‌ی موج که زودتر به ناحیه‌ی کم‌عمق می‌رسد، چون با تندی کمتری حرکت می‌کند از بقیه‌ی جبهه‌ی موج که هنوز وارد این ناحیه نشده عقب می‌افتد و بنابراین فاصله‌ی بین جبهه‌های موج و در نتیجه طول موج کاهش می‌یابد و جبهه‌های موج در مرز دو ناحیه تغییر جهت می‌دهند.

۳۸- شکل زیر پرتویی را نشان می‌دهد که از هوا وارد شیشه شده است. کدام گزینه‌های A تا D، می‌تواند پرتوی داخل شیشه را نشان دهد؟



چون شیشه ضریب شکست بزرگ‌تری نسبت به هوا دارد، پرتو شکسته در شیشه به خط عمود نزدیک‌تر شده و زاویه‌ی شکست کوچک‌تر از زاویه‌ی تابش است.

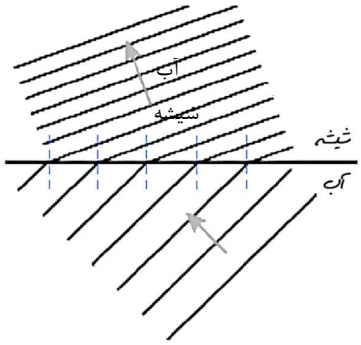
A؛ پرتو شکست از خط عمود دور شده است.

B؛ بدون شکست از شیشه عبور کرده است. (دقیقاً در امتداد پرتو تابش رسم شده.)

C؛ با توجه به توضیحات داده شده پاسخ درست است.

D؛ دقیقاً روی خط عمود رسم شده و در نتیجه زاویه‌ی شکست برابر صفر است.

۳۹- ضریب شکست آب ۱/۳ و ضریب شکست شیشه ۱/۵ است. اگر نوری به طور مایل از آب به مرز شیشه با آب بتابد، با رسم نموداری، جبهه‌های موج را در دو محیط نشان دهید.



$n_{\text{آب}} = 1/3$

$n_{\text{شیشه}} = 1/5$

با استفاده از رابطه‌ی (۴-۲) داریم:

$$n = \frac{c}{v}$$

$$n_{\text{شیشه}} > n_{\text{آب}} \rightarrow v_{\text{شیشه}} < v_{\text{آب}}$$

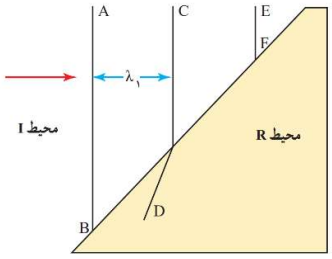
در نتیجه بخشی از جبهه‌ی موج که زودتر به شیشه می‌رسد، چون با تندی کمتری حرکت می‌کند از بقیه‌ی جبهه‌ی موج که هنوز وارد شیشه نشده عقب می‌افتد و بنابراین فاصله‌ی بین جبهه‌های موج و در نتیجه طول موج کاهش می‌یابد و جبهه‌های موج در مرز دو ناحیه تغییر جهت می‌دهند.

۴۰- شکل زیر جبهه‌های موجی را نشان می‌دهد که بر مرز بین محیط I و محیط R فرود آمده‌اند.

الف) ادامه‌ی جبهه‌های موج EF را در محیط R رسم کنید.

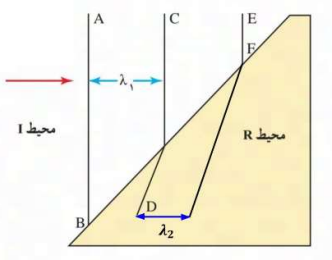
ب) توضیح دهید در کدام محیط تندی موج بیشتر است.

پ) آیا با استفاده از این نمودار می‌توان نسبت تندی موج عبوری به موج فرودی را محاسبه کرد؟



الف) ادامه‌ی موج ER، یعنی پرتوی شکسته شده در محیط R، باید با پرتوی D موازی باشد.

نکته: در یک محیط، به طور مجزا پرتوهای فرودی با هم، پرتوهای بازتابیده با هم و پرتوهای شکسته با هم موازی هستند.



ب) با توجه به شکل مشاهده می‌کنیم که طول موج در محیط R کمتر از محیط I می‌باشد و چون طول موج با سرعت رابطه‌ی مستقیم دارد، بنابراین سرعت در محیط R کمتر از محیط I است:

$$\lambda_R < \lambda_I \xrightarrow{\lambda=\frac{v}{f}} v_R < v_I$$

پ) بسامد موج در دو محیط یکسان است و در نتیجه نسبت تندی موج عبوری به موج فرودی برابر با نسبت سرعت‌های آن‌هاست.

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \frac{\lambda_R}{\lambda_I} = \frac{v_R}{v_I}$$

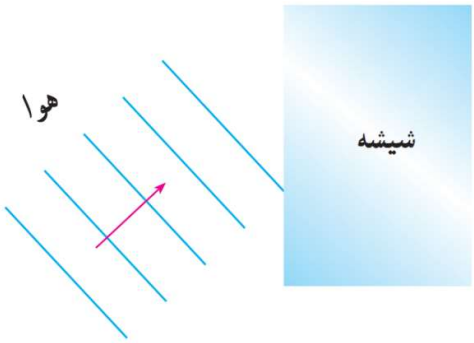
با استفاده از یک خط‌کش طول λ_1 و λ_2 را اندازه‌گیری کرده و در رابطه‌ی بالا قرار می‌دهیم تا نسبت سرعت‌ها به‌دست آید.

در این شکل این نسبت حدود ۱.۶ می‌شود.

۴۱- در شکل زیر موج نوری فرودی از هوا وارد شیشه می‌شود.

الف) مشخصه‌های موج بازتابیده و موج شکست‌یافته را با موج فرودی مقایسه کنید.

ب) جبهه‌های موج بازتابیده و شکست‌یافته را رسم کنید.



الف) برای موج بازتابیده، طول موج و تندی با موج فرودی برابر است در حالی که برای موج شکسته، با توجه به ضریب شکست دو محیط، طول موج و تندی‌ها با هم متفاوت هستند.

توجه: بسامد پرتوی فرودی، پرتوی بازتابیده و پرتوی شکسته شده با هم برابر است.

ب) همواره زاویه‌ی شکست و زاویه‌ی تابش با هم برابرند.

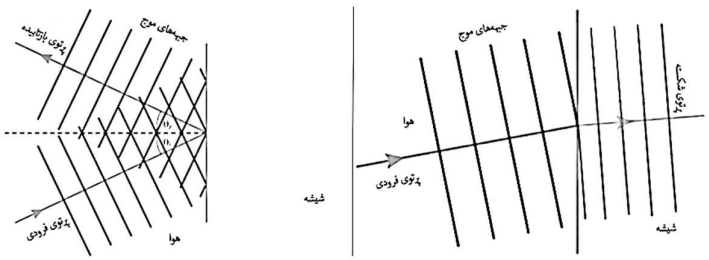
ضریب شکست شیشه از هوا بزرگ‌تر است، بنابراین پرتوی شکسته باید به خط عمود نزدیک شود:

$$n_{\text{شیشه}} > n_{\text{هوا}} \xrightarrow{n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2} \theta_{\text{شیشه}} < \theta_{\text{هوا}}$$

همچنین:

$$n_{\text{شیشه}} > n_{\text{هوا}} \xrightarrow{n=\frac{c}{v}} v_{\text{شیشه}} < v_{\text{هوا}} \xrightarrow{\lambda=\frac{v}{f}} \lambda_{\text{شیشه}} < \lambda_{\text{هوا}}$$

فاصله‌ی جبهه‌های موج در شیشه کمتر از هواست.



۴۲- طول‌موج نور قرمز لیزر هلیم ـــ نئون در هوا حدود ۶۳۳nm است، ولی در زجاجیه‌ی چشم ۴۷۴nm است. الف) بسامد این نور چقدر است؟ ب) ضریب شکست زجاجیه برای این نور چقدر است؟ پ) تندی این نور در زجاجیه را محاسبه کنید.

الف)

$$\lambda_{\text{هوا}} = ۶۳۳\text{nm}$$
$$\lambda_{\text{چشم}} = ۴۷۴\text{nm}$$

می‌دانیم سرعت نور در هوا برابر است با: $c = ۳\times۱۰^{۸}\ \frac{m}{s}$ و با استفاده از رابطه‌ی $\lambda = \frac{v}{f}$ داریم:

$$\rightarrow \lambda_{\text{هوا}} = \frac{v_{\text{هوا}}}{f} \rightarrow f = \frac{v_{\text{هوا}}}{\lambda_{\text{هوا}}}$$

$$\rightarrow f = \frac{۳\times۱۰^{۸}}{۶۳۳\times۱۰^{-۹}} = ۰/۰۰۴۷۴\times۱۰^{۱۷} = ۴/۷۴\times۱۰^{۱۴}\text{Hz}$$

ب)

$$n = \frac{c}{v}, v = \lambda f \rightarrow n = \frac{c}{\lambda f}$$

می‌دانیم بسامد نور در هوا و چشم ثابت است، بنابراین نسبت ضریب شکست‌ها برابر با نسبت طول موج‌هاست:

$$\rightarrow \frac{n_{\text{چشم}}}{n_{\text{هوا}}} = \frac{\lambda_{\text{هوا}}}{\lambda_{\text{چشم}}}$$

$$\xrightarrow{n_{\text{هوا}}=۱} n_{\text{چشم}} = \frac{\lambda_{\text{هوا}}}{\lambda_{\text{چشم}}} = \frac{۶۳۳}{۴۷۴} = ۱/۳۳$$

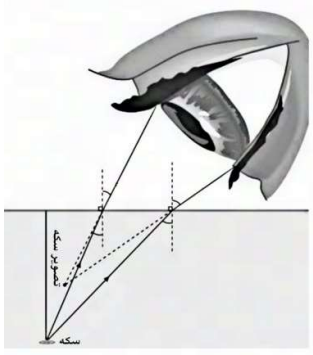
دقت کنید چون یکاها از صورت و مخرج ساده می‌شوند، در محاسبات طول موج‌ها را از نانومتر به متر تبدیل نمی‌کنیم.

پ)

$$n = \frac{c}{v} \rightarrow v = \frac{c}{n}$$

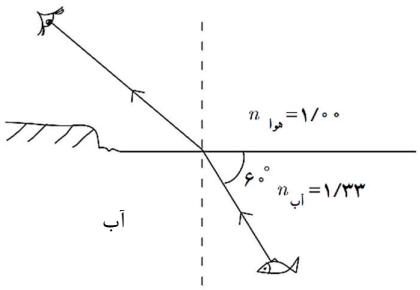
$$\rightarrow v = \frac{۳\times۱۰^{۸}}{۱/۳۳} = ۲/۲۵\times۱۰^{۸}\ \frac{m}{s}$$

۴۳- سکه‌ای را در گوشه‌ی فنجانی خالی قرار دهید و طوری مقابل آن قرار گیرید که نتوانید سکه را ببینید. سپس بی‌آنکه سرتان را حرکت دهید به آرامی در فنجان آب بریزید، به طوری که آب ریختن شما موجب جابه‌جایی سکه نشود. با پر شدن فنجان، سکه را خواهید دید. با رسم پرتوها علت دیده شدن سکه را توضیح دهید.



پرتوهای نوری که از سکه به چشم می‌رسند در مرز بین آب و هوا شکسته شده و چون ضریب شکست آب بزرگ‌تر از هواست، پرتوهای شکسته از خط عمود دور می‌شوند و امتداد آن‌ها در جایی بالاتر از کف لیوان یکدیگر را قطع می‌کنند. بنابراین می‌توانیم سکه را ببینیم.

۴۴- مطابق شکل، پرتو نوری که از ماهی به چشمان شخص می‌رسد تحت زاویه‌ی ۶۰° به مرز آب ـــ هوا برخورد کرده است. زاویه‌ی شکست این پرتو در هوا چقدر است؟



دقت کنید زاویه‌ی تابش، زاویه‌ی بین پرتو تابش و خط عمود است:

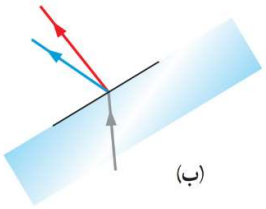
$$\theta = ۹۰ - ۶۰ = ۳۰^\circ$$

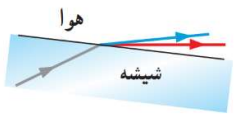
با استفاده از قانون شکست اسنل، و با جایگذاری داده‌های مسئله به دست می‌آوریم:

$$n_{آب} \sin\theta_{آب} = n_{هوا} \sin\theta_{هوا}$$
$$\rightarrow ۱/۳۳ \times \sin ۳۰ = ۱ \times \sin\theta_{هوا}$$
$$\sin ۳۰ = \frac{۱}{۲} \rightarrow ۱/۳۳ \times \frac{۱}{۲} = ۰/۶۶۵ = \sin\theta_{هوا}$$
$$\rightarrow \theta_{هوا} = ۴۱/۷^\circ$$

۴۵- در شکل‌های زیر، پرتوی فرودی که شامل نورهای قرمز و آبی است از شیشه وارد هوای رقیق شده است. کدام شکل، شکستنی را نشان می‌دهد که از لحاظ فیزیکی ممکن است؟

الف) نادرست است؛ زیرا از آنجایی که طول موج نور آبی کمتر از نور قرمز است، باریکه‌ی نور آبی باید بیشتر از نور قرمز خم شود. بنابراین ضریب شکست نور آبی در شیشه بیشتر از نور قرمز و در نتیجه زاویه‌ی شکست آن بزرگ‌تر است. ($\theta_{قرمز} > \theta_{آبی}$)


(ب)



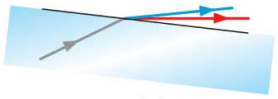
(الف)

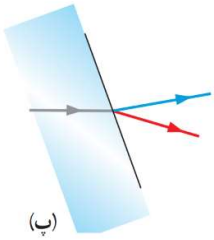
ب) نادرست است؛ زیرا پرتوی قرمز روی خط عمود بر مرز شیشه و هوا شکسته شده ($\theta_{شکست}=۰$) که غیرممکن است. همچنین پرتوی آبی در سمت چپ خط عمود شکسته شده.

پ) نادرست است؛ زیرا باریکه‌ی نور آبی باید بیشتر از نور قرمز خم شود.

توضیحات در قسمت (الف) آورده شده است.

ت) درست است؛ زیرا همانطور که انتظار می‌رود پرتوی شکسته از خط عمود دور شده و نور آبی بیشتر از نور قرمز شکسته شده است.


(ت)


(پ)

۴۶- دو دانش‌آموز به نور زرد نگاه می‌کنند. یکی از آن‌ها نور زرد را ترکیب دو نور قرمز و سبز و دیگری آن را از یک نوع رنگ می‌داند. به نظر شما با چه تجربه‌ای می‌توان بین این دو نظر، یکی را انتخاب کرد؟

با استفاده از یک منشور می‌توانیم پاسخ را پیدا کنیم:

اگر نور زرد ترکیبی از نورهای سبز و قرمز باشد در منشور تجزیه می‌شود.

فصل ۴

۴-۱ اثر فوتوالکتریک و فوتون

۱- یک لامپ حاوی گاز کم‌فشار سدیم، فوتون‌هایی با طول موج ۵۹۸nm گسیل می‌کند.

الف) بسامد و انرژی فوتون‌های گسیلی را حساب کنید. انرژی را برحسب ژول و همچنین الکترون ولت بیان کنید.

ب) فرض کنید توان تابشی مفید لامپ ۵/۰W است. در هر دقیقه چند فوتون از این لامپ گسیل می‌شود؟

۱- الف) با استفاده از رابطه‌ی (۳-۹) در فصل سوم داریم: $v = \lambda f$. در امواج الکترومغناطیسی $v = c = ۳\times۱۰^{۸}\ \frac{m}{s}$، بنابراین:

$$c = \lambda f \rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$$

$$\lambda = ۵۸۹nm = ۵۸۹\times۱۰^{-۹}m$$

$$\rightarrow f = \frac{۳\times۱۰^{۸}}{۵۸۹\times۱۰^{-۹}} = ۰/۰۰۵\times۱۰^{۱۷} = ۵\times۱۰^{۱۴}Hz$$

برای محاسبه‌ی انرژی از رابطه‌ی (۴-۱) استفاده می‌کنیم:

$$E = hf, h = ۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}J.s$$

$$\rightarrow E = ۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}\times۵\times۱۰^{۱۴} = ۳۳/۱۵\times۱۰^{-۲۰}J$$

تبدیل یکای انرژی از ژول به الکترون ولت: می‌دانیم $۱ev = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}J$، بنابراین:

$$E = ۳۳/۱۵\times۱۰^{-۲۰}J\times\frac{۱ev}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}J} = ۲/۰۷ev$$

ب) در قسمت (الف) انرژی یک فوتون را محاسبه کردیم: $E = ۳۳/۱۵\times۱۰^{-۲۰}J$ ، بنابراین انرژی کل برابر است با: $E = nhf = n\times۳۳/۱۵\times۱۰^{-۲۰}J$ که n تعداد کل فوتون‌هاست.

همچنین می‌دانیم انرژی برابر است با توان ضربدر زمان:

$$P = ۵W, t = ۱min = ۶۰s \rightarrow E = Pt = ۵\times۶۰ = ۳۰۰J$$

$$\left.\begin{matrix}E = nhf\\ E = Pt\end{matrix}\right\} \rightarrow nhf = Pt \rightarrow n = \frac{Pt}{hf}$$

$$\rightarrow n = \frac{۳۰۰}{۳۳/۱۵\times۱۰^{-۲۰}} = ۹/۰۵\times۱۰^{۲۰}$$

۲- توان باریکه‌ی نور خروجی یک لیزر گازی هلیم نئون ۵/۰mW است. اگر توان ورودی این لیزر ۵۰/۰W باشد،

الف) بازده لیزر را حساب کنید.

ب) اگر طول‌موج باریکه‌ی نور خروجی ۶۳۳nm باشد، شمار فوتون‌هایی را پیدا کنید که در هر ثانیه از این لیزر گسیل می‌شود.

۲- الف)

$$P_{\text{خروجی}} = ۵mW = ۵\times۱۰^{-۳}W, P_{\text{ورودی}} = ۵۰W$$

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times۱۰۰ = \frac{۵\times۱۰^{-۳}}{۵۰}\times۱۰۰ = ۰/۰۱\%$$

ب) با استفاده از رابطه‌ی (۴-۱) برای انرژی یک فوتون داریم: $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$ ، بنابراین انرژی کل برابر است با: $E = n\frac{hc}{\lambda}$ که n تعداد کل فوتون‌هاست.

همچنین می‌دانیم انرژی برابر است با توان ضربدر زمان: $E = Pt$

$$E = n\frac{hc}{\lambda} \rightarrow n\frac{hc}{\lambda} = Pt \rightarrow n = \frac{Pt\lambda}{hc}$$
$$E = Pt$$

$$\lambda = ۶۳۳nm = ۶۳۳\times۱۰^{-۹}m$$
$$h = ۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}J.s$$
$$c = ۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}$$
$$P = ۵\times۱۰^{-۳}W$$
$$t = ۱s$$
$$\rightarrow n = \frac{۵\times۱۰^{-۳}\times۱\times۶۳۳\times۱۰^{-۹}}{۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}\times۳\times۱۰^{۸}} = \frac{۵\times۶۳۳\times۱۰^{-۱۲}}{۶/۶۳\times۳\times۱۰^{-۲۶}}$$
$$\rightarrow n = ۱۵۹/۱\times۱۰^{۱۴} = ۱/۵۹\times۱۰^{۱۶}$$

نکته‌ی مهم: رابطه‌ی بازده را می‌توان هم با انرژی و هم با توان نوشت:

$$\text{بازده} = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times۱۰۰$$

۳- یک لامپ رشته‌ای با توان ۱۰۰W از فاصله‌ی یک کیلومتری دیده می‌شود. فرض کنید نور لامپ به‌طور یکنواخت در فضای اطراف آن منتشر می‌شود و بازده‌ی لامپ ۵ درصد است (یعنی ۵W تابش مرئی گسیل می‌کند) و فقط ۱ درصد این تابش دارای طول‌موجی در حدود ۵۵۰nm است. در هر ثانیه چه تعداد فوتون با این طول‌موج وارد مردمک‌های چشم ناظری می‌شود که در این فاصله قرار دارد؟ (قطر مردمک را ۲/۰mm در نظر بگیرید.)

$$P = ۱۰۰W, \quad = ۵\%$$
$$r = ۱km = ۱۰^{۳}m, \lambda = ۵۵۰nm = ۵۵۰\times۱۰^{-۹}m$$
$$D = ۲mm = ۲\times۱۰^{-۳}m$$

بازده به صورت زیر تعریف می‌شود که با استفاده از آن توان خروجی را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times۱۰۰ = ۵\% \rightarrow \frac{۵}{۱۰۰} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{۱۰۰} \rightarrow P_{\text{خروجی}} = ۵W$$

(دقت کنید توان خروجی در متن سوال داده شده اما به منظور درک بهتر مسئله آن را محاسبه کردیم.)

در ادامه انرژی‌ای که به مردمک‌های چشم ناظر می‌رسد را محاسبه می‌کنیم:

$$E = Pt \rightarrow E_{\text{چشم}} = ۰/۰۱ \times P_{\text{چشم}}\, t, t = ۱s \rightarrow E_{\text{چشم}} = ۰/۰۱ \times P_{\text{چشم}} \quad (۱)$$

از رابطه‌ی (۳-۱۱) در فصل سوم داریم: $I = \frac{P}{A} \rightarrow P = IA$

$$\rightarrow P_{\text{چشم}} = IA_{\text{چشم}} \quad (۲) \xrightarrow{(۱),(۲)} E_{\text{چشم}} = ۰/۰۱ \times IA_{\text{چشم}}$$

$$A_{\text{چشم}} = \pi R^۲, R = \frac{D}{۲} = \frac{۲ \times ۱۰^{-۳}}{۲} = ۱۰^{-۳}$$

A مساحت مردمک چشم است که چون ناظر دو چشم دارد، به هنگام جایگذاری در رابطه در ۲ ضرب می‌شود:

$$E_{\text{چشم}} = ۰/۰۱ \times I ۲A_{\text{چشم}}$$

I شدت انرژی لامپ است:

$$I = \frac{P_{\text{خروجی}}}{A}, A = ۴\pi r^۲, r = ۱۰^{-۳}\,m \rightarrow E_{\text{چشم}} = ۰/۰۱ \times \frac{P_{\text{خروجی}}}{A} \times ۲A_{\text{چشم}}$$

$$\rightarrow E_{\text{چشم}} = ۰/۰۱ \times \frac{۵}{۴\pi(۱۰^{-۳})^۲} \times ۲\pi(۱۰^{-۳})^۲ = ۲/۵ \times ۱۰^{-۱۴}\,J$$

$$E = nh\frac{c}{\lambda} \rightarrow n = E\frac{\lambda}{hc} = \frac{۲/۵ \times ۱۰^{-۱۴} \times ۵۵۰ \times ۱۰^{-۹}}{۶/۶۳ \times ۱۰^{-۳۴} \times ۳ \times ۱۰^{۸}} = ۶/۹ \times ۱۰^{۴}$$

توجه کنید که فوتون‌های وارد شده به هر دو مردمک ناظر را محاسبه کرده‌ایم.

۴- شدت تابشی خورشید در خارج جو زمین حدود $۱۳۶۰\,W/m^۲$ است، یعنی در هر ثانیه به سطحی برابر $۱m^۲$، مقدار انرژی $۱۳۶۰J$ می‌رسد. وقتی این تابش به سطح زمین می‌رسد مقداری زیادی از شدت آن، به علت جذب در جو و ابرها از دست می‌رود. اگر شدت تابشی متوسط خورشید در سطح زمین به ازای هر متر مربع حدود $۳۰۰\,W/m^۲$ باشد، در هر ثانیه چند فوتون به هر متر مربع از سطح زمین می‌رسد؟ طول‌موج متوسط فوتون‌ها را $۵۷۰nm$ فرض کنید.

-۴

$$I = ۳۰۰\frac{W}{m^۲}$$

$$t = ۱s$$

$$A = ۱m^۲$$

$$\lambda = ۵۷۰nm = ۵۷۰ \times ۱۰^{-۹}\,m$$

با استفاده از رابطه‌ی (۳-۱۱) در فصل سوم داریم:

$$I = \frac{P_{av}}{A} \rightarrow P_{av} = IA = ۳۰۰ \times ۱ = ۳۰۰W$$

همچنین می‌دانیم انرژی برابر است با توان ضربدر زمان: $E = P_{av}t$

$$\rightarrow E = ۳۰۰ \times ۱ = ۳۰۰J$$

با استفاده از رابطه‌ی (۴-۱) انرژی هر فوتون برابر است با:

$$E = hf$$

و در نتیجه برای انرژی کل خواهیم داشت:

$$E = nh\frac{c}{\lambda} \rightarrow n = E\frac{\lambda}{hc} = \frac{۳۰۰ \times ۵۷۰ \times ۱۰^{-۹}}{۶/۶۳ \times ۱۰^{-۳۴} \times ۳ \times ۱۰^{۸}} = ۸/۵۹ \times ۱۰^{۲۰}$$

۵- الف) منظور از اثر فوتوالکتریک چیست؟

ب) توضیح دهید نظریه‌ی کوانتومی تابش که توسط اینشتین مطرح شده و در آن نور به صورت مجموعه‌ای از بسته‌های انرژی در نظر گرفته شد چگونه به تبیین اثر فوتوالکتریک کمک کرد؟

لف) وقتی نوری با بسامد مناسب مانند نور فرابنفش به سطح فلزی بتابد، الکترون‌هایی از آن گسیل می‌شوند. این پدیده‌ی فیزیکی را اثر فتوالکتریک و الکترون‌های جدا شده از سطح فلز را فتوالکترون می‌نامند.

ب) در دیدگاه کلاسیک؛ نور به عنوان یک موج الکترومغناطیسی به تمام الکترون‌های فلز نیروی $\vec{F} = -e\vec{E}$ را وارد می‌کند و آن‌ها را به نوسان وا می‌دارد. بنابراین زمانی که الکترون‌ها انرژی جنبشی لازم را به‌دست آورند، از سطح فلز جدا می‌شوند. در نتیجه این پدیده باید با هر بسامدی رخ دهد، در حالی که در عمل این اتفاق نمی‌افتد.

برای رفع این ابهام انیشتین فرض کرد که وقتی نوری تکفام بر سطح فلزی می‌تابد، هر فوتون صرفاً با یکی از الکترون‌های فلز برهم‌کنش می‌کند. اگر فوتون انرژی کافی داشته باشد، الکترون به طور آنی از فلز گسیل می‌شود. در این صورت بخشی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون از فلز و مابقی آن به انرژی جنبشی الکترون خارج شده تبدیل می‌شود. اما اگر فوتون انرژی کافی نداشته باشد؛ یعنی بسامد آن از حد مشخصی کمتر باشد ($E = hf$) الکترون انرژی کافی برای جدا شدن از سطح فلز را پیدا نمی‌کند و پدیده‌ی فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد.

۶- توضیح دهید برای یک فلز معین، تغییر هر یک از کمیت‌های زیر چه تأثیری در نتیجه‌ی اثر فوتوالکتریک دارد.

الف) افزایش یا کاهش بسامد نور فرودی نسبت به بسامد آستانه

ب) افزایش شدت نور فرودی در بسامدهای کوچک‌تر از بسامد آستانه

پ) کاهش شدت نور فرودی در بسامدهای بزرگ‌تر از بسامد آستانه

الف) با افزایش بسامد نسبت به بسامد آستانه، اثر فتوالکتریک روی می‌دهد و با کاهش بسامد، الکترونی از سطح فلز جدا نخواهد شد.

ب) افزایش شدت نور فرودی در بسامدهای کوچک‌تر از بسامد آستانه، تأثیری در اثر فتوالکتریک ندارد.

پ) در بسامدهای بزرگ‌تر از بسامد آستانه، با کاهش شدت نور فرودی؛ تعداد الکترون‌های کمتری از سطح فلز جدا می‌شوند و جریان کمتری به وجود می‌آید.

۴-۲ و ۴-۳ طیف خطی و مدل اتم رادرفورد ـ بور

۷- الف) طیف گسیلی یک جسم در چه مواردی پیوسته و در چه مواردی گسسته یا خطی است؟ منشأ فیزیکی این تفاوت را توضیح دهید.

ب) توضیح دهید چگونه می‌توان طیف‌های گسیلی پیوسته و خطی را ایجاد کرد.

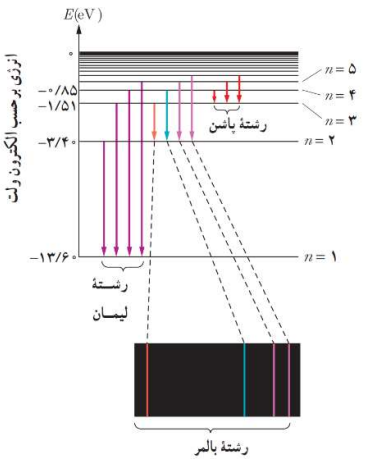
الف) هنگامی که جسمی را حرارت می‌دهیم، امواج الکترومغناطیسی از آن ساطع می‌شوند که با استفاده از یک آشکارساز می‌توان طیف گسیلی از جسم را مشاهده کرد. این طیف پیوسته است. ولی اگر امواج اکترومغناطیسی ساطع شده را از یک گاز کم‌فشار عبور دهیم، طیفی که روی پرده تشکیل می‌شود، گسسته خواهد بود و دلیل این امر آن است که بعضی از طول موجها در طیف توسط اتم‌های گاز جذب می‌شوند.

ب) برای تشکیل طیف گسیلی پیوسته معمولاً از جامد ات استفاده می‌شود. زیرا برهم‌کنش بین اتم‌های سازنده‌ی یک جسم جامد بسیار قوی است در حالی که در گازهای کم‌فشار و رقیق، برهم‌کنش بین اتم‌ها به اندازه‌ی جامدات قوی نیست و در نتیجه به جای طیف پیوسته، طیف گسسته گسیل می‌شود.

طیف گسیلی گازها شامل طول موج‌های معینی است و برای هر گاز منحصر به فرد می‌باشد.

روش کار به این ترتیب است که، از یک لامپ باریک و بلند شیشه‌ای که حاوی مقداری گاز رقیق و کم‌فشار است استفاده می‌شود. دو الکترود به نام‌های آند و کاتد در دو طرف این لامپ قرار دارد که به ترتیب به پایانه‌های مثبت و منفی یک منبع تغذیه با ولتاژ بالا وصل شده‌اند. این ولتاژ بالا، سبب تخلیه‌ی الکتریکی در گاز می‌شود و اتم‌های گاز درون لامپ شروع به گسیل نور می‌کنند.

۸- شکل زیر سه رشته‌ی طیف گسیلی گاز هیدروژن اتمی را روی نمودار تراز انرژی نشان می‌دهد که براساس مدل اتمی بور رسم شده است.



الف) منظور از $n=1$ و انرژی $-13/60eV$ چیست؟

ب) براساس مدل اتمی بور دلیل خطی بودن طیف گسیلی گاز هیدروژن اتمی را توضیح دهید.

پ) اختلاف کوتاه‌ترین و بلندترین طول‌موج در هر رشته را، گستره‌ی طول‌موج‌های آن رشته می‌نامند. گستره‌ی طول‌موج‌های رشته‌ی لیمان ($n'=1$) را پیدا کنید.

۸ الف) n: عدد کوانتومی نامیده می‌شود که مدار الکترون را دور هسته مشخص می‌کند و $n=1$ پایین‌ترین تراز انرژی یا حالت پایه است.

$-13/6eV$: انرژی الکترون در حالت پایه و کمترین مقدار مجاز انرژی برای الکترون است.

ب) با توجه به مفروضات مدل بود، هنگام گذار الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر به یک حالت مانا با انرژی کمتر یک فوتون تابش می‌شود و از آنجایی که مدارها و انرژی‌های الکترون‌ها در هر اتم کوانتیده‌اند؛ یعنی فقط مدارها و انرژی‌های گسسته‌ی معینی مجاز هستند، طیف خطی است.

پ) گستره‌ی طول موج، محدوده‌ی بین کمترین و بیشترین طول موج است:

بنابراین با استفاده از معادله‌ی ریدبرگ که به فرم $\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n_L^2}-\frac{1}{n_U^2})$ می‌باشد، داریم:

کمترین طول موج: $(n_L=1, n_U=\infty)$

$$\rightarrow \frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n_L^2}-\frac{1}{n_U^2})=0/011(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{\infty})$$

$$\xrightarrow{\frac{1}{\infty}=0} \frac{1}{\lambda}=0/011 \rightarrow \lambda=90/0nm$$

بیشترین طول موج: $(n_L=1, n_U=2)$

$$\rightarrow \frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n_L^2}-\frac{1}{n_U^2})=0/011(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2})=0/011(1-\frac{1}{4})$$

$$\rightarrow \frac{1}{\lambda}=0/011\times\frac{3}{4}=0/008175 \rightarrow \lambda=121/2nm$$

$$\Delta\lambda=121/2-90=31/2nm$$

۹- الف) فرایند جذب فوتون توسط اتم را توضیح دهید.

ب) با استفاده از مدل بور، چگونه می‌توانید خط‌های تاریک در طیف جذبی گاز هیدروژن اتمی را توجیه کنید؟

پ) وقتی که نور فرابنفش به بسیاری از مواد تابیده شود، تابش مرئی از خود گسیل می‌کنند. این پدیده‌ی فیزیکی نمونه‌ای از فلوئورسانی است. آزمایش نشان می‌دهد در پدیده‌ی فلوئورسانی طول‌موج‌های گسیل یافته معمولاً برابر همان طول‌موج نور فرودی یا بزرگ‌تر از آن است. این پدیده را چگونه به کمک مدل بور می‌توانید تبیین کنید؟

الف) می‌دانیم الکترون‌ها هنگام گذار از تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین‌تر، فوتون‌هایی را گسیل می‌کنند. عکس فرایند گسیل الکترون، جذب خوانده می‌شود. در این فرایند، الکترون فوتونی که انرژی لازم برای جهش دارد را جذب می‌کند و از تراز انرژی پایین‌تر به تراز انرژی بالاتر می‌رود.

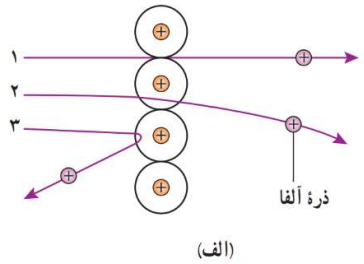
ب) با عبور نور سفید از درون گاز هیدروژن اتمی، در طیف آن خط‌های تاریکی ظاهر می‌شود. این خط‌ها طول موج‌هایی هستند که توسط اتم‌های گاز جذب شده‌اند و باعث جهش الکترون از تراز پایین‌تر به تراز بالاتر می‌شوند.

پ) هنگامی که به یک ماده نور فرابنفش تابیده شود، الکترون به چند تراز بالاتر رفته و اتم به حالت برانگیخته می‌رود. در برگشـــت، الکترون با پرش‌های کوتاه و پله‌پله به حالت پایه برمی‌گردد و فوتون‌های کم‌انرژی‌تر گسیل می‌کند که بعضی از آن‌ها در ناحیه‌ی نور مرئی است. دقت کنید:

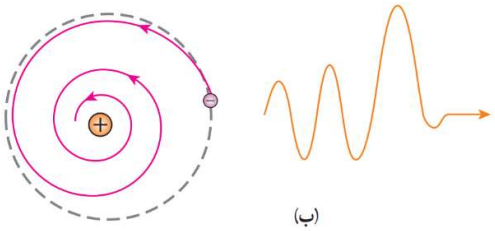
منظور از پرش‌های کوتاه و پله‌پله آن است که مقادیر n_U و n_L به یکدیگر نزدیک هستند و در نتیجه طبق رابطه‌ی $\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2})$ طول موج‌ها نزدیک به طول موج فرودی یا بزرگ‌تر از آن است.

در طیف امواج الکترومغناطیسی، طول موج نور مرئی بیشتر از نور فرابنفش است.

۱۰- مبنای مدل رادرفورد، نتایج آزمایش‌هایی بود که از پراکندگی ذره‌های آلفا توســط یک ورقه‌ی نازک طلا به‌دست آمده بود (شکل الف).



(الف)


(ب)

الف) توضــیح دهید چرا بیشــتر ذره‌های آلفا مانند ذره‌های ۱ و ۲ یا اصلاً منحرف نمی‌شوند یا به مقدار کمی منحرف می‌شوند.

ب) تنها تعداد بســیار کمی از ذره‌ها مانند ذره‌ی ۳ منحرف می‌شــوند. این امر چه نکته‌ای را درباره‌ی ساختار اتم طلا نشان می‌دهد؟

پ) چرا رادرفورد در آزمایش خود از صـفحه‌ی بسـیار نازک طلا استفاده کرده بود؟

ت) شــکل ب، به کدام مشــکل مدل رادرفورد اشــاره دارد؟ در بور چگونه این مشکل رفع شده است؟

الف) زیرا بیشتر فضای اتم خالی است و تعداد بسیار زیادی از ذرات آلفا که از این فضــای خالی عبور می‌کنند، بدون انحراف از ورقه خارج می‌شــوند (مانند ذره‌ی ۱). همچنین ذراتی که با انحراف اندکی از ورقه‌ی طلا خارج می‌شوند (مانند ذره‌ی ۲)، از نزدیکی هسته‌ی اتم عبور می‌کنند و نیروی دافعه‌ی بین بارهای مثبت همنام موجب تغییر مسیر آن‌ها می‌گردد.

ب) ذره‌ی آلفا در مقایسه با الکترون و پروتون سنگین است و به آسانی از مسیر خود منحرف نمی‌شود. در نتیجه انحراف ذره‌ی ۳، به معنی برخورد آن با شئ پرجرمی بوده است. بنابراین باید هسته‌ای چگال و دارای بار مثبت در مرکز اتم وجود داشته باشد. دقت کنید اگر بار هسته منفی بود، ذره‌ی آلفا جذب هسته می‌شد!

پ) رادرفورد به دنبال فلزی سنگین بود، زیرا می‌خواست پراکندگی ذرات آلفا را در اتمی با تعداد الکترون‌های زیاد بررســی کند. (عدد اتمی طلا ۷۹ اســت.) علاوه بر این قابلیت شــکل دادن و نازک کردن طلا از همه فلزات بیشتر است.

ت) در مدل رادرفورد فرض می‌شود الکترون‌ها به دور هسته گردش می‌کنند، اگر چنین فرضی درست باشد، این حرکت پایدار نمی‌ماند. زیرا حرکت مداری الکترون به دور هسته شتابدار است (فصل دوم ـــ حرکت

دایره‌ای یکنواخت). حرکت شتابدار سبب تابش امواج الکترومغناطیسی می‌شود و با تابش موج الکترومغناطیسی توسط الکترون، از انرژی آن کاسته شده و کاهش انرژی باعث می‌شود که شعاع مدار الکترون به دور هسته به تدریج کوچک و کوچک‌تر شده و بسامد حرکت آن بیشتر شود. افزایش تدریجیِ بسامد حرکت مداری الکترون‌ها، سبب می‌شود تا بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل شده نیز، به تدریج زیاد شود. بنابراین باید طیف امواج الکترومغناطیسی گسیل شده از اتم پیوسته باشد و الکترون پس از گسیل پی‌درپی امواج الکترومغناطیسی روی هسته فرو افتد.

در مدل بور فرض می‌شود وقتی که الکترون در یک مدار یا حالت مانا قرار دارد، هیچ نوع تابش الکترومغناطیسی گسیل نمی‌کند و تنها زمانی که الکترون از مداری با انرژی بیشتر به مداری با انرژی کمتر جهش کند، یک فوتون گسیل می‌شود.

۱۱- با استفاده از رابطه‌ی بور برای انرژی الکترون در اتم هیدروژن،

الف) اختلاف انرژی $\Delta E(n_U \to n_L) = E_U - E_L$ را حساب کنید.

ب) نشان دهید که:

$$\Delta E(۴ \to ۲) = \Delta E(۴ \to ۳) + \Delta E(۳ \to ۲)$$

$$\Delta E(۴ \to ۱) = \Delta E(۴ \to ۲) + \Delta E(۲ \to ۱)$$

لف) رابطه‌ی بور برای انرژی الکترون در اتم هیدروژن به شکل زیر است:

$$E_n = -\frac{۱۳/۶eV}{n^۲}$$

$$\Delta E_{(n_U \to n_L)} = E_U - E_L = -\frac{۱۳/۶}{n_U^۲} - (-\frac{۱۳/۶}{n_L^۲}) = ۱۳/۶(\frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{n_U^۲})$$

ب)

$$۱) \quad \Delta E_{(۴\to۲)} = \Delta E_{(۴\to۳)} + \Delta E_{(۳\to۲)}$$

$$\Delta E_{(۴\to۲)} = ۱۳/۶(\frac{۱}{۲^۲} - \frac{۱}{۴^۲})$$

$$\Delta E_{(۴\to۳)} = ۱۳/۶(\frac{۱}{۳^۲} - \frac{۱}{۴^۲}), \Delta E_{(۴\to۳)} = ۱۳/۶(\frac{۱}{۲^۲} - \frac{۱}{۳^۲})$$

$$\Delta E_{(۴\to۳)} + \Delta E_{(۳\to۲)} = ۱۳/۶(\frac{\cancel{۴}}{\cancel{۶}^۲} - \frac{۱}{۴^۲}) + ۱۳/۶(\frac{۱}{۲^۲} - \frac{\cancel{۴}}{\cancel{۶}^۲}) =$$

$$۱۳/۶(-\frac{۱}{۴^۲}) + ۱۳/۶(\frac{۱}{۲^۲}) = ۱۳/۶(\frac{۱}{۲^۲} - \frac{۱}{۴^۲}) = \Delta E_{(۴\to۲)}$$

۲) $\Delta E_{(۴\to۱)} = \Delta E_{(۴\to۲)} + \Delta E_{(۲\to۱)}$

$$\Delta E_{(۴\to۱)} = ۱۳/۶(\frac{۱}{۱^۲} - \frac{۱}{۴^۲})$$

$$\Delta E_{(۴\to۲)} = ۱۳/۶(\frac{۱}{۱^۲} - \frac{۱}{۴^۲}), \Delta E_{(۲\to۱)} = ۱۳/۶(\frac{۱}{۱^۲} - \frac{۱}{۲^۲})$$

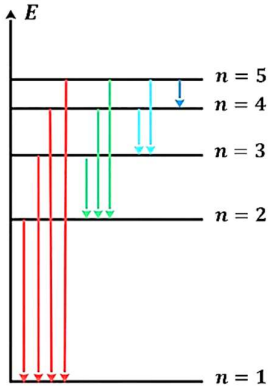
$$\Delta E_{(۴\to۲)} + \Delta E_{(۲\to۱)} = ۱۳/۶(\frac{\not۴}{\not۲^۲} - \frac{۱}{۴^۲}) + ۱۳/۶(\frac{۱}{۱^۲} - \frac{\not۴}{\not۲^۲}) =$$

$$۱۳/۶(-\frac{۱}{۴^۲}) + ۱۳/۶(\frac{۱}{۱^۲}) = ۱۳/۶(\frac{۱}{۱^۲} - \frac{۱}{۴^۲}) = \Delta E_{(۴\to۱)}$$

۱۲- الکترون اتم هیدروژنی در تراز $n = ۵$ قرار دارد.

الف) با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، اگر این اتم به حالت پایه برود، امکان گسیل چند نوع فوتون با انرژی متفاوت وجود دارد؟

ب) فرض کنید فقط گذارهای $\Delta n = ۱$ مجاز باشند، در این صورت امکان گسیل چند نوع فوتون با انرژی متفاوت وجود دارد؟



۱۲- از تراز $n = ۵$ به ترازهای پایین‌تر ۴ گذار وجود دارد.

از تراز $n = ۴$ به ترازهای پایین‌تر ۳ گذار وجود دارد.

از تراز $n = ۳$ به ترازهای پایین‌تر ۲ گذار وجود دارد.

از تراز $n = ۲$ به ترازهای پایین‌تر ۱ گذار وجود دارد.

بنابراین تمام گذارهای ممکن برابر است با:

$۴ + ۳ + ۲ + ۱ = ۱۰$

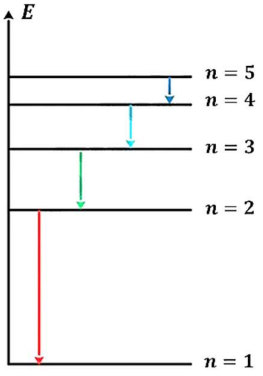
ب) با شرط $\Delta n = ۱$، ۴ گذار ممکن است:

$۵ \to ۴$

$۴ \to ۳$

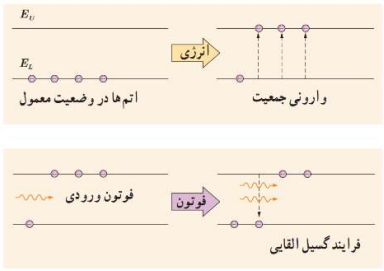
$۳ \to ۲$

$۲ \to ۱$



۴-۴ لیزر

۱۳- شکل زیر فرایند ایجاد باریکه‌ی لیزر را به طور طرح‌وار در ۴ مرحله نشان می‌دهد.



الف) منظور از عبارت «اتم‌ها در وضعیت معمول» چیست؟

ب) نقش انرژی داده‌شده چیست و معمولاً این انرژی چگونه تأمین می‌شود؟

پ) منظور از «وارونی جمعیت» چیست؟

ت) انرژی فوتون ورودی چقدر باید باشد تا فرایند گسیل القایی انجام شود؟

ث) فوتون‌هایی که بر اثر فرایند گسیل القایی و جهش الکترون‌ها به تراز پایین‌تر ایجاد می‌شوند چه ویژگی‌های مشترکی دارند؟

الف) «اتم‌ها در وضعیت معمول» یعنی الکترون‌ها در اتم در حالت پایه‌اند و برانگیخته نشده‌اند.

ب) «انرژی داده شـــده» الکترون‌ها را از حالت پایه به حالت برانگیخته می‌برد. اگر انرژی کافی به اتم‌ها داده شود، الکترون‌های بیشتری به ترازهای بالاتر برانگیخته می‌شوند تا وارونی جمعیت رخ دهد.

این انرژی می‌تولند به روش‌های متعددی از جمله درخش‌های شـــدید نور معمولی و یا تخلیه‌های ولتاژ بالا فراهم شـــود. در واقع با تابش فوتون‌هایی، انرژی لازم به الکترون داده می‌شـــود تا به ترازهای بالاتر جهش کند.

پ) وارونی جمعیت الکترون‌ها در یک محیط لیزری، وضعیتی است که تعداد الکترون‌ها در ترازهایی موسوم به ترازهای شـــبه‌پایدار نســـبت به تراز پایین‌تر بیشـــتر باشـــند. الکترون‌ها در این ترازها، مدت زمان بســـیار طولانی‌تری نسبت به حالت برانگیخته‌ی معمولی باقی می‌مانند. این زمان طولانی‌تر فرصت بیشتری را برای افزایش وارونی جمعیت و در نتیجه تقویت نور لیزر فراهم می‌کند.

ت) برای گســـیل القایی، انرژی فوتون ورودی باید دقیقاً با اختلاف انرژی‌های دو تراز یعنی؛ $E_U - E_L$، یکسان باشد.

ث) گسیل القایی سه ویژگی عمده دارد:

یک فوتون وارد و دو فوتون خارج می‌شود. این فرآیند تعداد فوتون‌ها را افزایش می‌دهد و نور را تقویت می‌کند.

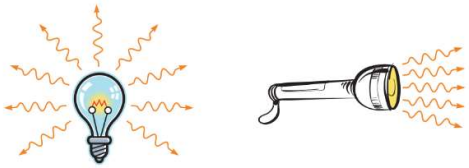
فوتون گسیل شده در همان جهت فوتون ورودی حرکت می‌کند.

فوتون گسیل شده با فوتون ورودی همگام یا دارای همان فاز است. در نتیجه فوتون‌هایی که باریکه‌ی لیزری را ایجاد می‌کنند هم‌بسامد، هم‌جهت و هم‌فاز هستند.

۱۴- در شکل زیر نحوه‌ی گسیل فوتون‌ها از سه چشمه‌ی نور شامل لامپ رشته‌ای، چراغ قوه با لامپ رشته‌ای و لیزر با یکدیگر مقایسه شده است.

الف) با توجه به آنچه در این فصل فرا گرفتید تفاوت فوتون‌های گسیل شده از هر چشمه را با یکدیگر بیان کنید.

ب) چرا توصیه‌ی جدی می‌شود که هیچ‌گاه به طور مستقیم به باریکه‌ی نور ایجاد شده توسط لیزر نگاه نکنید؟



الف) فوتون‌های خروجی از یک لامپ رشته‌ای در تمام جهت‌ها گسیل و پراکنده می‌شوند و برای ایجاد آن‌ها به فرایند گسیل القایی نیازی نیست.

در ساختمان چراغ قوه، در مقابل لامپ آن یک عدسی قرار داده شده است تا فوتون‌ها در یک جهت پراکنده شوند ولی هم‌فاز و هم‌گام نیستند و برای ایجاد آن‌ها نیز به فرایند گسیل القایی نیازی نیست.

در لیزر فوتون‌ها در فرایند گسیل القایی ایجاد می‌شوند و هم‌جهت، هم‌فاز و هم‌بسامد هستند.

به شکل دقت کنید؛ در فوتون‌های خروجی از لیزر، قله‌ها و دره‌ها دقیقاً بر هم منطبق‌اند و این همان معنای هم‌فازی است.

ب) نور لیزر دارای انرژی زیاد و قدرت نفوذ بسیار بالاست و نگاه مستقیم به آن باعث آسیب به چشم می‌شود.

۴-۵ ساختار هسته

۱۵- مرتبه‌ی بزرگی تعداد نوترون‌هایی را که می‌توان تنگ هم در یک توپ تنیس به شعاع $۳/۲\text{cm}$ جای داد، تخمین بزنید. در این صورت مرتبه‌ی بزرگی جرم این توپ چقدر است؟

(مرتبه‌ی بزرگی شعاع و جرم نوترون را به ترتیب $۱۰^{-۱۵}\text{m}$ و $۱۰^{-۲۷}\text{kg}$ در نظر بگیرید.)

$$r_N = ۱۰^{-۱۵}\text{m}, m_N = ۱۰^{-۲۷}\text{kg}, R = ۳/۲\text{cm} = ۳/۲\times ۱۰^{-۲}\text{m}$$

تعداد نوترون‌ها برابر است با حجم توپ تقسیم بر حجم یک نوترون. می‌دانیم حجم کره از رابطه‌ی $V = \frac{۴}{۳}\pi R^۳$ محاسبه می‌شود. بنابراین؛

$$V_{Ball} = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ = \frac{۴}{۳}\times ۳/۱۴\times (۳/۲\times ۱۰^{-۲})^۳ = ۴/۱۸\times ۳۲/۷۶\times ۱۰^{-۶}$$

$$V_{Ball} = ۱۳۷/۲\times ۱۰^{-۶} = ۱/۳۷\times ۱۰^{-۴} \approx ۱۰^{-۴}\text{m}^۳$$

$$V_N = \frac{۴}{۳}\pi r_N^۳ = \frac{۴}{۳}\times ۳/۱۴\times (۱۰^{-۱۵})^۳ = ۴/۱۸\times ۱۰^{-۴۵} \approx ۱۰^{-۴۵}\,m^۳$$

$$\rightarrow n = \frac{V_{Ball}}{V_N} = \frac{۱۰^{-۴}}{۱۰^{-۴۵}} \approx ۱۰^{۴۱}$$

جرم توپ برابر است با تعداد نوترون‌ها ضربدر جرم یک نوترون:

$$n_N = ۱۰^{۴۱}, m_N = ۱۰^{-۲۷}\,kg$$

$$\rightarrow m = ۱۰^{۴۱}\times ۱۰^{-۲۷} = ۱۰^{۱۴}\,kg$$

نوترون: N

توپ: Ball

۱۶- برای $^{۲۰۸}_{۸۲}Pb$ مطلوب است:

الف) تعداد نوکلئون‌ها ب) تعداد نوترون‌ها پ) بار الکتریکی خالص هسته

$$^{A}_{Z}X_N : {}^{۲۰۸}_{۸۲}Pb \rightarrow A = ۲۰۸, Z = ۸۲$$

الف) تعداد نوکلئون‌ها، همان عدد جرمی است که برابر ۲۰۸ می‌باشد.

$$^{۲۰۸}_{۸۲}Pb \rightarrow A = ۲۰۸$$

ب) تعداد نوترون‌ها برابر است با عدد جرمی منهای تعداد پروتون‌ها:

$$N = A - Z = ۲۰۸ - ۸۲ = ۱۲۶$$

پ) هسته شامل پروتون‌ها و نوترون‌هاست و چون نوترون‌ها بدون بار هستند، بار هسته مجموع بار پروتون‌های آن است:

$$q = +ne = +۸۲\times ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹} = +۱۳۱/۲\times ۱۰^{-۱۹}\,C$$

۱۷- در هر یک از موارد زیر نماد X چه عنصری را نشان می‌دهد و در هسته‌ی هر یک چند نوترون وجود دارد؟ در صورت لزوم از جدول تناوبی استفاده کنید.

الف) $^{۱۹۵}_{۷۸}X$ ب) $^{۳۲}_{۱۶}X$ پ) $^{۶۱}_{۲۹}X$

N تعداد نوترون‌ها و Z تعداد پروتون‌ها و A عدد جرمی؛ مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌هاست:

الف)

$$_{Z}^{A}X_{N} : {}_{۷۸}^{۱۹۵}X \to Z=۷۸ \Rightarrow {}_{۷۸}^{۱۹۵}Pt \to \underset{\text{پلاتین}}{} \to N=۱۹۵-۷۸=۱۱۷$$

ب)

$$_{Z}^{A}X_{N} : {}_{۱۶}^{۳۲}X \to Z=۱۶ \Rightarrow {}_{۱۶}^{۳۲}S \to \text{گوگرد} \to N=۳۲-۱۶=۱۶$$

پ)

$$_{Z}^{A}X_{N} : {}_{۲۹}^{۶۱}X \to Z=۲۹ \Rightarrow {}_{۲۹}^{۶۱}Cu \to \text{مس} \to N=۶۱-۲۹=۳۲$$

۱۸- آیا می‌توان ایزوتوپ ${}_{۲۵}^{۶۱}X$ را با روش شیمیایی از ایزوتوپ ${}_{۲۵}^{۵۹}X$ جدا کرد؟ از ایزوتوپ ${}_{۲۶}^{۶۱}X$ چطور؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

دو ایزوتوپ ${}_{۲۵}^{۶۱}X$ و ${}_{۲۵}^{۵۹}X$ دارای عدد اتمی یکسان هستند؛ بنابراین خواص شیمیایی مشابهی دارند و نمی‌توان آن‌ها را با روش‌های شیمیایی از هم جدا کرد. در حالی که دو ایزوتوپ ${}_{۲۵}^{۶۱}X$ و ${}_{۲۶}^{۶۱}X$ را می‌توان با روش‌های شیمیایی از هم جدا کرد زیرا دارای اعداد اتمی متفاوت هستند.

خواص فیزیکی: خواصی که می‌توان با مشاهده و یا لمس ماده تعیین کرد؛ مانند دما، فشار، طول، حجم و ... .

خواص شیمیایی: خواصی هستند که طی یک واکنش شیمیایی آشکار می‌شوند؛ مانند میزان اسیدی بودن، سمی بودن، واکنش‌پذیری و ... .

۴-۶ پرتوزایی طبیعی و نیمه‌عمر

۱۹- جاهای خالی در فرایندهای واپاشی زیر نشان‌دهنده‌ی یک یا چند ذره‌ی α، β^{+} یا β^{-} است. در هر واکنش، جای خالی را کامل کنید.

$${}_{۸۲}^{۲۱۱}Pb \to {}_{۸۳}^{۲۱۱}Bi + ...$$

$${}_{۶}^{۱۱}C \to {}_{۵}^{۱۱}B + ...$$

$${}_{۹۰}^{۲۳۱}Th^{*} \to {}_{۹۰}^{۲۳۱}Th + ...$$

$${}_{۹}^{۱۸}F \to {}_{۸}^{۱۸}O + ...$$

۱- رابطه‌ی (۴-۹) نشان می‌دهد که در واپاشی β^{-} تعداد پروتون‌های هسته‌ی دختر یک واحد از تعداد پروتون‌های هسته‌ی مادر بیشتر است:

$$_{Z}^{A}X \to {}_{Z+۱}^{A}Y + {}_{-۱}^{۰}e^{-} \Rightarrow {}_{۸۲}^{۲۱۱}Pb \to {}_{۸۳}^{۲۱۱}Bi + {}_{-۱}^{۰}e^{-}$$

۲) رابطه‌ی (۴-۱۰) نشـــان می‌دهد که در واپاشـــی β^+ تعداد پروتون‌های هســـته‌ی دختر یک واحد از تعداد پروتون‌های هسته‌ی مادر کمتر است:

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{1}e^{+} \Rightarrow {}^{11}_{6}C \rightarrow {}^{11}_{5}B + {}^{0}_{1}e^{+}$$

۳) طبق رابطه‌ی (۴-۱۱) در واپاشی گاما، هسته‌ی مادر با گسیل پرتوی گاما از حالت برانگیخته به حالت پایه می‌رود:

$$^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}Y + \gamma \Rightarrow {}^{231}_{90}Th^{*} \rightarrow {}^{231}_{90}Th + \gamma$$

۴) مانند مورد (۲)، واپاشی β^+ داریم:

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{1}e^{+} \Rightarrow {}^{18}_{9}F \rightarrow {}^{18}_{8}O + {}^{0}_{1}e^{+}$$

۲۰- هسته‌ی دختر به‌دست آمده از هر یک از واپاشی‌های زیر را به صورت $^{A}_{Z}X$ مشخص کنید.

الف) $^{242}_{94}Pu$ واپاشی α انجام دهد.

ب) سدیم $^{24}_{11}Na$ واپاشی β^- انجام دهد.

پ) نیتروژن $^{13}_{7}N$ واپاشی β^- انجام دهد.

ت) $^{15}_{8}O$ واپاشی β^+ انجام دهد.

الف) رابطه‌ی (۴-۸) نشـان می‌دهد که در واپاشـی α، ۴ واحد از عدد جرمی و ۲ واحد از عدد اتمی هســته‌ی مادر کم می‌شود:

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He \Rightarrow {}^{242}_{94}Pu \rightarrow {}^{238}_{92}X + \alpha$$

ب) با توجه به توضیحات داده شده در قسمت (۱) سوال ۱۹ خواهیم داشت:

$$^{24}_{11}Na \rightarrow {}^{24}_{12}X + {}^{0}_{-1}e^{-}$$

پ) مانند قسمت (ب) داریم:

$$^{13}_{8}N \rightarrow {}^{13}_{8}X + {}^{0}_{-1}e^{-}$$

ت) با توجه به توضیحات داده شده در قسمت (۲) سوال ۱۹ خواهیم داشت:

$$^{15}_{8}O \rightarrow {}^{15}_{7}X + {}^{0}_{1}e^{+}$$

۲۱- سرب $^{۲۰۷}_{۸۲}Pb$ هسته‌ی دختر پایداری است که می‌تواند از واپاشی α یا واپاشی β^- حاصل شود. فرایندهای مربوط به هر یک از این واپاشی‌ها را بنویسید. در هر مورد هسته‌ی مادر را به صورت $^{A}_{Z}X$ مشخص کنید.

واپاشـــی α: رابطه‌ی (۴-۸) نشـــان می‌دهد که در این فرایند، ۴ واحد از عدد جرمی و ۲ واحد از عدد اتمی هسته‌ی مادر کم می‌شود:

$$۲۰۷+۴=۲۱۱,۸۲+۲=۸۴$$

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-۴}_{Z-۲}Y + {}^{۴}_{۲}He \Rightarrow {}^{۲۱۱}_{۸۴}X \rightarrow {}^{۲۰۷}_{۸۲}Pb + \alpha$$

واپاشـــی β^-: رابطه‌ی (۴-۹) نشـــان می‌دهد که در این فرایند تعداد پروتون‌های هســـته‌ی دختر یک واحد از تعداد پروتون‌های هسته‌ی مادر بیشتر است:

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+۱}Y + {}^{۰}_{-۱}e^- \Rightarrow {}^{۲۰۷}_{۸۱}X \rightarrow {}^{۲۰۷}_{۸۲}Pb + {}^{۰}_{-۱}e^-$$

۲۲- نپتونیم $^{۲۳۷}_{۹۳}Np$ ایزوتوپی است که در راکتورهای هسته‌ای تولید می‌شود. این ایزوتوپ ناپایدار است و واپاشی آن از طریق گسیل ذرات α، β^- و α صورت می‌گیرد. پس از وقوع تمام این واپاشی‌ها، عدد اتمی و عدد جرمی هسته‌ی نهایی چقدر است؟

۲۲- واپاشی α: $^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-۴}_{Z-۲}Y + {}^{۴}_{۲}He$

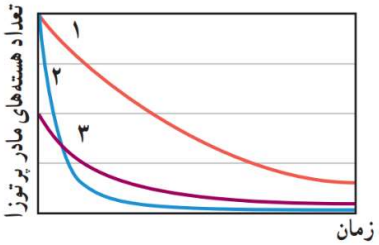
در نتیجه برای واپاشی ۳ ذره خواهیم داشت:

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-۱۲}_{Z-۶}Y + ۳({}^{۴}_{۲}He)$$

واپاشی β^-: $^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+۱}Y + {}^{۰}_{-۱}e^-$

$$^{۲۳۷}_{۹۳}Np \rightarrow {}^{۲۳۷-۱۲}_{۹۳-۶+۲}X + ۳\alpha + \beta^- = {}^{۲۲۵}_{۸۸}X + ۳\alpha + \beta^-$$

۲۳- شـکل زیر نمودار تغییرات تعداد هسـته‌های مادر پرتوزای سـه نمونه را برحسـب زمان نشـان می‌دهد. نیمه‌عمر این سه نمونه را با هم مقایسه کنید.



- خط رسم شده در شکل زمان یکسانی را برای هر سه هسته‌ی پرتوزا نشان می‌دهد؛ با توجه به شکل می‌توان گفت در زمان t داریم:

$$N_۱ > N_۳ > N_۲$$

از رابطه‌ی (۴-۱۲) داریم:

$$N = N_{\circ}\left(\frac{۱}{۲}\right)^{n} , n = \frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}$$

$$N_{۱} > N_{۳} > N_{۲} \xrightarrow{N=N_{\circ}\left(\frac{۱}{۲}\right)^{n}} n_{۱} > n_{۳} > n_{۲}$$

$$\xrightarrow{n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}} (T_{\frac{۱}{۲}})_{۱} > (T_{\frac{۱}{۲}})_{۳} > (T_{\frac{۱}{۲}})_{۲}$$

دقت کنید هرچه اندازه شیب متوسط نمودار بیشتر باشد نشان از واپاشی سریعتر و یا به عبارت دیگر نیمه عمر کوتاهتر ماده پرتوزا دارد.

۲۴- هنگامی که نیتروژن جوّ زمین توسط پرتوهای کیهانی (که معمولاً از جنس پروتون، ذره‌های α و الکترون هستند) بمباران می‌شود، ایزوتوپ پرتوزای کربن ۱۴ با آهنگ ثابتی در لایه‌های فوقانی جو تولید می‌شود. این کربن پرتوزا با کربن ۱۲ که به طور طبیعی در جو وجود دارد، درهم می‌آمیزد. بررسی‌ها نشان داده است که به ازای هر ۱۰۰۰۰ میلیارد اتم پایدار کربن ۱۲، تقریباً یک اتم پرتوزای کربن ۱۴ از این طریق وارد جوّ می‌شود.

اتم‌های کربن جوّی از طریق فعالیت‌های بیولوژیکی از قبیل فتوسنتز و تنفس، به‌نحو کاتوره‌ای مکان خود را عوض می‌کنند و به بدن جانداران منتقل می‌شوند. به طوری که اتم‌های کربن هر موجود زنده شامل کسر کوچک و ثابتی از ایزوتوپ پرتوزای کربن ۱۴ است.

وقتی موجود زنده‌ای می‌میرد، مقدار کربن پرتوزای به تله افتاده در موجود غیرزنده، با نیمه‌عمر ۵۷۳۰ سال رو به کاهش می‌گذارد. کربن ۱۴ موجود در یک نمونه‌ی زغال قدیمی، ۱/۵۶ درصد (معادل $\frac{۱}{۶۴}$) مقدار عادی کربن ۱۴ موجود در زغالی است که تازه تولید شده است. سن تقریبی این زغال قدیمی چقدر است؟

$$N = \frac{۱}{۶۴}N_{\circ} , T_{\frac{۱}{۲}} = ۵۷۳۰ year$$

تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده از رابطه‌ی (۴-۱۲) به‌دست می‌آید:

$$N = N_{\circ}\left(\frac{۱}{۲}\right)^{n} , \frac{۱}{۶۴}N_{\circ} = N_{\circ}\left(\frac{۱}{۲}\right)^{n} \rightarrow \frac{۱}{۶۴} = \left(\frac{۱}{۲}\right)^{n}$$

$$\rightarrow \frac{۱}{۲^{۶}} = \frac{۱}{۲^{n}} \rightarrow n = ۶$$

$$n = ۶, n = \frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}} \rightarrow ۶ = \frac{t}{۵۷۳۰} \rightarrow t = ۶ \times ۵۷۳۰ = ۳۴۳۸۰ year$$

۲۵- نیمه‌عمر بیسموت ۲۱۲ حدود ۶۰ دقیقه است. پس از گذشت چهار ساعت، چه کسری از ماده‌ی اولیه، در نمونه‌ای از این بیسموت، باقی می‌ماند؟

$$T_{\frac{۱}{۲}} = ۶۰ min = ۱h$$

$$t = ۴h$$

تعداد هسته‌های پرتوزای باقیمانده از رابطه‌ی $N = N_{۰}\left(\frac{۱}{۲}\right)^{n}$ به‌دست می‌آید. بنابراین باید ابتدا را محاسبه کنیم:

دقت کنید که زمان‌ها باید یکای یکسان داشته باشند.

$$n = \frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}} = \frac{۴}{۱} = ۴$$

$$\rightarrow N = N_{۰}\left(\frac{۱}{۲}\right)^{n} = N_{۰}\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۴} = \frac{۱}{۱۶}N_{۰}$$